

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد بای)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محتف) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- هر گاه $Y = g(X)$ تابعی از متغیر تصادفی X باشد، در این صورت $E(Y)$ کدام است؟

۱. $\int_{-\infty}^{\infty} yf_X(x)dx$ ۲. $\int_{-\infty}^{\infty} xf_Y(y)dy$ ۳. $\int_{-\infty}^{\infty} xf_Y(y)dx$ ۴. $\int_{-\infty}^{\infty} xf_X(x)dx$

۲- متغیرهای تصادفی X_1, \dots, X_n چگونه باشند، تا رابطه $Var(\sum_{i=1}^n X_i) = \sum_{i=1}^n Var(X_i)$ برقرار گردد؟

۱. وابسته ۲. ناهمبسته ۳. خودهمبسته ۴. بازگشتی

۳- اگر X_1, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع مشترک $F(x)$ باشند، در این صورت توزیع $Y = \max(X_1, \dots, X_n)$ کدام است؟

۱. $F_X(y)$ ۲. $1 - F_X(y)$ ۳. $[F_X(y)]^n$ ۴. $[1 - F_X(y)]^n$

۴- فرض کنید X_1, X_2, X_3 متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع نرمال استاندارد و $Y = \frac{X_1 + X_3}{4}$ تعریف شوند. توزیع Y را بیابید؟

۱. $N(0,1)$ ۲. $N(0, \frac{1}{2})$ ۳. $N(0, \frac{1}{8})$ ۴. $N(0, \frac{1}{4})$

۵- اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک دنباله از متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با میانگین ۲ و واریانس ۳ و N نیز متغیری با مقادیر صحیح و مستقل از X_i ها با توزیع پواسن با پارامتر ۵ باشند، آنگاه $Var(\sum_{i=1}^N X_i)$ کدام است؟

۱. ۵۵ ۲. ۳۵ ۳. ۴۲ ۴. ۱۵

۶- اگر X متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت صفر و یک باشد، تابع چگالی احتمال $Y = X^2$ کدام است؟

۱. $I_{(0,1)}(y)$ ۲. $\frac{1}{y} I_{(0,1)}(y)$ ۳. $\frac{1}{\sqrt{y}} I_{(0,1)}(y)$ ۴. $\frac{1}{2\sqrt{y}} I_{(0,1)}(y)$

۷- فرض کنید X یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع توزیع $F(x)$ باشد. مقدار $E[e^{F(x)}]$ کدام است؟

۱. $1 - e$ ۲. e ۳. $\frac{1}{e^2}$ ۴. $e - 1$

۸- نسبت دو متغیر تصادفی نرمال استاندارد، دارای کدام توزیع می باشد؟

۱. کوشی ۲. نمایی ۳. توزیع اف ۴. نرمال

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد بایی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

۹- با فرض اینکه X دارای چگالی احتمال $\phi_{\mu, \sigma^2}(x)$ باشد که در آن μ, σ^2 مجهول باشند، آنگاه کدام گزینه آماره نمی باشد؟

۱. $\frac{1}{y} I_{(0,1)}(y)$ ۲. $X^2 + \log X^2$ ۳. $X + 3$ ۴. $\frac{X}{\sigma}$

۱۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ می باشند که پارامترهای آن معلوم هستند. در این صورت توزیع $\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2$ کدام است؟

۱. توزیع اف با n درجه آزادی ۲. نرمال استاندارد
۳. توزیع کی دو با n درجه آزادی ۴. توزیع t با n درجه آزادی

۱۱- اگر X_1, \dots, X_n دارای تابع چگالی احتمال $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ باشد، توزیع \bar{X} کدام است؟

۱. کوشی ۲. نرمال ۳. نمایی ۴. کی دو

۱۲- اگر X دارای توزیع نرمال استاندارد باشد و $Y = X^2$ ، آنگاه $E(Y)$ کدام است؟

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۳ ۴. صفر

۱۳- تابع مولد گشتاور توأم Y, X به صورت $M_{X,Y}(t_1, t_2) = \frac{1}{1-t_2} e^{t_1^2}$ می باشد، توزیع کناری X کدام است؟

۱. $N(0,1)$ ۲. $N(0,2)$ ۳. $t(1)$ ۴. $\chi^2(1)$

۱۴- اگر X متغیر تصادفی دارای توزیع تی استودنت با K درجه آزادی باشد، آنگاه $Var(X)$ کدام است؟

۱. $\frac{K}{K-2}$ ۲. $\frac{K-2}{K}$ ۳. $K-2$ ۴. K

۱۵- اگر X_1, X_2 متغیرهای تصادفی مستقل باشند بطوری که X_1 دارای توزیع نرمال استاندارد و X_2 دارای توزیع خی دو با

درجه آزادی ۵ باشد، توزیع متغیر تصادفی $\frac{X_1}{\sqrt{\frac{X_2}{5}}}$ کدام است؟

۱. تی استودنت با ۵ درجه آزادی ۲. تی استودنت با ۴ درجه آزادی
۳. نرمال ۴. توزیع اف

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد بای)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

۱۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x} I_{(0, \infty)}(x)$ باشد، برآورد گشتاوری پارامتر θ را به دست آورید؟

۱. $\min(X_i)$ ۲. $\sum_{i=1}^n X_i$ ۳. \bar{X} ۴. $\frac{1}{\bar{X}}$

۱۷- با فرض اینکه X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} I_{(0, \theta)}(x)$ باشد، آماره بسنده برای پارامتر θ کدام است؟

۱. $\min(X_i)$ ۲. $\max(X_i)$ ۳. \bar{X} ۴. $\sum_{i=1}^n X_i$

۱۸- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} I_{(0, \theta)}(x)$ باشد، برآورد درست‌نمایی پارامتر θ کدام است؟

۱. \bar{X} ۲. $\max(X_i)$ ۳. $\sum_{i=1}^n X_i$ ۴. $\min(X_i)$

۱۹- کدام یک از خواص برآوردگرهای ماکسیمم درست‌نمایی نیست؟

۱. همواره ناریب است.
۲. یکتا نیستند.
۳. به طور مجانبی سازگار است.
۴. به طور مجانبی کارا هستند.

۲۰- بر اساس نمونه تصادفی X_1, \dots, X_n از توزیع $N(\theta, 1)$ کران پایین کرامر-رانو برای واریانس برآوردگرهای ناریب θ^2 چیست؟

۱. $\frac{4\theta^2}{n}$ ۲. $n\theta^2$ ۳. θ^2 ۴. θ

۲۱- کدام خانواده از چگالی های احتمال زیر، کامل نیست؟

۱. دوجمله ای ۲. $U(0, \theta)$ ۳. $N(0, \theta)$ ۴. $Beta(\theta, \theta)$

۲۲- آماره بسنده ای که تابعی از هر مجموعه آماره های بسنده دیگر باشد را چه می نامند؟

۱. آماره بسنده کامل
۲. آماره بسنده UMVUE
۳. آماره بسنده مینیمال
۴. آماره بسنده کافی

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد بای)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

۲۳- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(x, \theta) = \frac{\theta}{x^2} I_{(\theta, \infty)}(x)$ باشد، برآورد درست‌نمایی برای پارامتر θ کدام است؟

۱. $\max(X_i)$ ۲. \bar{X} ۳. $\sum_{i=1}^n X_i$ ۴. $\min(X_i)$

۲۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(x, \theta) = \frac{2x}{\theta^2} I_{(0, \theta)}(x)$ باشد، آماره بسنده مینیمال برای پارامتر θ را بیابید؟

۱. $\max(X_i)$ ۲. $\min(X_i)$ ۳. $\sum_{i=1}^n X_i$ ۴. \bar{X}

۲۵- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!}$ $x = 0, 1, 2, \dots$ باشد آماره بسنده مینیمال کامل برای پارامتر θ کدام است؟

۱. $\sum_{i=1}^n \ln(X_i)$ ۲. $\sum_{i=1}^n X_i$ ۳. $\min(X_i)$ ۴. \bar{X}

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید برای $-1 \leq x \leq 2$ ، متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی $f_X(x) = \frac{2}{9}(x+1)$ باشد. تابع چگالی $Y = X^2$ را بدست آورید؟

۲- قضیه تبدیل انتگرال احتمال را بیان و اثبات کنید؟

۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(\cdot)$ و $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ باشد. در این صورت $Var(s^2)$ را بیابید؟

۴- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی نمایی با پارامتر θ باشد. توزیع برآوردگر میانگین نمونه (\bar{X}) را بیابید؟

۵- قضیه رائو - بلاکول را در بدست آوردن برآوردگرهای UMVUE شرح دهید؟