

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشیای چندمتغیره پیوسته

رشه تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۴۹

سری سوال: بک ۱

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

$$\text{از ده نمونه} \rightarrow \text{تصادفی} \rightarrow \text{میانگین نمونه} \rightarrow \bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu) (x_i - \mu)^T \rightarrow \text{اگر } \mu = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu) (x_i - \mu)^T \text{ آنگاه مقدار } \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x}) (x_i - \bar{x})^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 10 & 31 \\ 31 & 92 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 11 & 31 \\ 31 & 92 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 11 & 11 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}$$

$$Y = AX + b \rightarrow M_Y(t) = |I - tA|^{-1} \rightarrow \text{آنگاه تابع مولد}$$

$$M_Y(t) = |I - tAA^T|^{\frac{n}{2}}$$

$$M_Y(t) = e^{t^2 b} |I - tAA^T|^{\frac{n}{2}}$$

$$e^{t^2 b} |I - A^T t A|^{\frac{n}{2}}$$

$$M_Y(t) = e^{\frac{n}{2} t^2 b} |I - tAA^T|^{\frac{n}{2}}$$

$$\sum \text{ یک ماتریس کوواریانس باشد، آنگاه ماتریس همبستگی کدام است؟} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{3}}{6} \\ -\frac{\sqrt{3}}{6} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & -0/4 \\ -0/4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{\sqrt{12}} \\ \frac{1}{\sqrt{12}} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & 0/4 \\ 0/4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{برای ماتریس کوواریانس } \sum_{p \times p} = \sigma^2 ((1-\rho)I_p + \rho LL^T) \rightarrow \text{بزرگترین مقدار ویژه آن کدام گزینه است؟}$$

$$\lambda_1 = \sigma^2 (1 + (|p+1|)\rho)$$

$$\lambda_1 = \sigma^2 (1 - (p+1)\rho)$$

$$\lambda_1 = \sigma^2 (1 + (p-1)\rho)$$

$$\lambda_1 = \sigma^2 (1 - (p-1)\rho)$$

$$\text{متغیر تصادفی } f-1 \text{ با کدام گزینه هم توزیع است؟} \rightarrow \frac{1 - \sqrt{U_{2,m,f}}}{m \sqrt{U_{2,m,f}}} \rightarrow$$

$$F_{2m,2(f-1)}$$

$$F_{2,2(f-1)}$$

$$F_{2(f-1),2m}$$

$$F_{2m,2}$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشیای چندمتغیره پیوسته

رتبه تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۴۹

-۶- اگر تابع مولد گشتاورهای X_1, X_2 برابر با $M(t_1, t_2) = e^{t_1 + t_1^2 + t_2^2}$ باشد، آنگاه توزیع $2X_1 + X_2$ چیست؟

$N(2, 10)$.۴

$N(1, 6)$.۲

$N(1, 8)$.۲

$N(2, 8)$.۱

-۷- در مقایسه میانگین های دو جامعه مستقل نرمال چندمتغیره، با فرض برابری ماتریس کوواریانس دو جامعه کدام گزینه درست است؟

$$(n_1 + n_2 - 2)S_p^D = W_{n_1 + n_2 - 2}(\Sigma) \quad .۲$$

$$(n_1 + n_2 - 2)S_p^D = W_{n_1 + n_2 - p}(\Sigma) \quad .۱$$

$$(n_1 + n_2 - p)S_p^D = W_{n_1 + n_2 - p}(\Sigma) \quad .۴$$

$$(n_1 + n_2 - p)S_p^D = W_{n_1 + n_2 - 2}(\Sigma) \quad .۲$$

-۸- در یک نمونه تصادفی دوازده تایی از توزیع نرمال چندمتغیره، مقدار آماره‌ی آزمون $R^2 = 0/87$ به دست آمد، مقدار آماره‌ی آزمون $\rho = 0$ برابر کدام گزینه است؟

$2/86$.۴

$28/6$.۲

$26/8$.۲

$0/93$.۱

-۹- اگر $X \sim N_{10}(\mu, I_{10})$ و A یک ماتریس خودتوان با رتبه ۵ باشد آنگاه $\frac{X'(I-A)X}{X'AX}$ چه توزیعی خواهد داشت؟

۴. ویشارت

۳. کای اسکوئر

۲. تی

۱. اف

$$\sum \text{آنگاه مقدار } E(XX') \text{ برابر است با کدام گزینه است؟} \quad \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \text{ و } E(X) = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad .۱$$

$$\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 6 & 10 \end{pmatrix} \quad .۴$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 10 \\ 10 & 22 \end{pmatrix} \quad .۲$$

۲۰ .۲

$$\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -6 & -10 \end{pmatrix} \quad .۱$$

-۱۰- اگر در تبدیل $Y = PX$ متعامد باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$f_Y(y) = f_X(P'y) \quad .۲$$

$$Cov(X) = Cov(Y) \quad .۱$$

$$M_X(t) = M_Y(t) \quad .۴$$

$$E(X) = E(Y) \quad .۲$$

-۱۱- فرض کنید Σ ماتریس کوواریانس بردار تصادفی $X' = [X_1, \dots, X_p]$ باشد و (λ_i, e_i) زوج مقادیر ویژه و بردارهای ویژه آن باشد. اگر $e'_i X = e'_i Y$ مولفه اصلی آم باشد آنگاه $\rho_{Y_{2, X_2}}$ برابر کدام گزینه است؟

$$\frac{e_{22}\lambda_2}{\sigma_{22}} \quad .۴$$

$$\frac{e_{22}\lambda_2}{\sqrt{\sigma_{22}}} \quad .۲$$

$$\frac{e_{22}\sqrt{\lambda_2}}{\sqrt{\sigma_{22}}} \quad .۲$$

$$\frac{e_{22}\sqrt{\lambda_2}}{\sigma_{22}} \quad .۱$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: روش‌های چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس: آمار۰۴۹

-۱۳ ماتریس کوواریانس $S = \begin{pmatrix} 1/1 & 0/8 \\ 0/8 & 0/99 \end{pmatrix} = \sum \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$ و ماتریس کوواریانس نمونه ای به صورت S به دست آمده است.
برآورد ماتریس کوواریانس درستنمایی برای ρ کدام گزینه است؟

.۷۷ .۴

.۷۷ .۳

.۸۸ .۲

.۸ .۱

-۱۴ $X \sim N_p(\mu, I_p)$ و A یک ماتریس متعامد، AX دارای کدام ویژگی است?
.۱ AX دارای بردار میانگین μ است.
.۲ AX دارای ماتریس کوواریانس I است.
.۳ AX هم توزیع X است.
.۴ AX از X مستقل است.

-۱۵ اگر بردار تصادفی X دارای توزیع $N_p(\mu, \Sigma)$ باشد،تابع چگالی احتمال X کدام است؟

$$|\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu)' \Sigma\right)$$

$$(2\pi)^{-\frac{p}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp(-\frac{1}{2}(x - \mu)' \Sigma^{-1})$$

$$(2\pi)^{-\frac{1}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp(-\frac{1}{2}(x - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu))$$

$$(2\pi)^{-\frac{p}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu)\right)$$

-۱۶ باشد مقدار $Var(X_1 + X_3 + |X_2 = x_2)$ چیست؟
 $\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \sim N_3 \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \right)$ اگر

$\frac{31}{3}$.۶

$\frac{32}{3}$.۷

۱۱ .۷

۸ .۱

-۱۷ امید ریاضی ماتریس کوواریانس نمونه ای (S_n) برابر کدام گزینه است؟

$$\frac{n}{n-p} \Sigma$$

$$\frac{n-p}{n} \Sigma$$

$$\frac{n-p}{n-1} \Sigma$$

$$\frac{n}{n-1} \Sigma$$

-۱۸ برای یک نمونه‌ی تصادفی به اندازه‌ی ده از یک جامعه نرمال دو متغیری، داریم:

$$\begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0/5 \\ 1/5 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

کدام گزینه یک فاصله‌ی اطمینان همزمان ۹۰ درصدی به روش بن فرونی برای بردار میانگین جامعه است؟

$$\begin{pmatrix} -0/51 & 1/51 \\ 0/49 & 2/51 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -0/51 & 1/51 \\ 0/49 & 2/51 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0/36 & 1/36 \\ 0/49 & 2/51 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -0/36 & 1/36 \\ 0/64 & 2/36 \end{pmatrix}$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشیای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۴۹

$$\Sigma = \begin{pmatrix} a & b & d & c \\ a & c & d & \\ a & b & \\ a & \end{pmatrix} \quad -19$$

بر اساس ماتریس کوواریانس

مجموع مولفه های اصلی برابر کدام گزینه است؟

$$(X_1 - X_2 - X_3 + X_4) \quad -7$$

$$2X_1 \quad -4$$

$$\frac{1}{2}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4) \quad -1$$

$$(X_1 - X_2 + X_3 - X_4) \quad -3$$

- ۲۰- براساس یک نمونه تصادفی هشت تایی از نرمال چهار متغیره، می خواهیم آزمون $H_0: \Sigma = \sigma^2 I_p$ را انجام دهیم. اگر آماره‌ی آزمون به صورت $\lambda = |S| \left(\frac{Tr S}{p} \right)^{-p}$ باشد، آنگاه درجه‌ی آزادی آن کدام گزینه است؟

۹ -۴

۲۷ -۳

۱۰ -۲

۲۸ -۱

تعداد سوالات: تئی: ۲۰ تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تئی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: روشیای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۴۹

سری سوال: ۱ یک

سوالات تشریحی

نمره ۱۴۰

- ۱ تحت فرض نرمال بودن توزیع جامعه، برای مشاهدات آماره آزمون $X = \begin{bmatrix} 5 & 11 & 9 & 11 \\ 15 & 12 & 12 & 13 \end{bmatrix}$ را به دست آورید.

نمره ۱۴۰

- ۲ در رده بندی ممیزی، تحت چه شرایطی خطاهای با هم برابر هستند؟

نمره ۱۴۰

- ۳ فرض کنید $t = (t_1, t_2, \dots, t_P)'$ و $X \sim N_P(\mu, \Sigma)$ و $Z \sim N_P(0, I_P)$ آنگاه
- الف- ثابت کنید تابع مولد گشتاور Z به صورت $\exp\left\{\frac{1}{2}t' t\right\}$ است.
- ب- ثابت کنید تابع مولد گشتاور به صورت $\exp\left\{t' \mu + \frac{1}{2}t' \Sigma t\right\}$ است.

نمره ۱۴۰

- ۴ ماتریس کوواریانس افراز شده با ماتریس های زیر را در نظر بگیرید.

$$\Sigma_{11} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \Sigma_{22} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}, \Sigma_{12} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

مقادیر همبستگی های کانونی، یعنی ρ_1 و ρ_2 را محاسبه کنید.

نمره ۱۴۰

- ۵ اگر $\Sigma = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ و $\mu = (5, 6, 7, 8)'$ دارای توزیع نرمال باشند.

آنگاه

الف- توزیع $\begin{pmatrix} X_2 \\ X_4 \end{pmatrix}$ را تعیین کنید.

ب- توزیع $X_1 - X_4$ را تعیین کنید.