تعداد سوالات : تستی : ۲۵ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس : آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۷۱۵۴

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- تابع چگالی (X,Y) به ازای $0<x<1$ و $0<y<1$ به صورت $f(x,y)=ax^2y$ می باشد. مقدار a را محاسبه کنید؟

۱. ۶ ۲. ۱/۶ ۳. ۳ ۴. ۱/۳

۲- فرض کنید به ازای $\begin{cases} x>0, y>0 \\ x+y>0 \end{cases}$ تابع چگالی (X,Y) به صورت $f(x,y)=2$ باشد، تابع چگالی X را بیابید؟

۱. $f_X(x)=(1+x)^2, 0<x<1$

۲. $f_X(x)=2(1+x), 0<x<1$

۳. $f_X(x)=(1-x)^2, 0<x<1$

۴. $f_X(x)=2(1-x), 0<x<1$

۳- اگر تابع چگالی (X,Y) به صورت $f(x,y)=\begin{cases}\frac{3}{4}(2-x-y), 0<x,y<2, x+y<2\end{cases}$ باشد، مقدار $f_Y(y)$ کدام است؟

۱. $f(y)=\begin{cases}\frac{1}{4}(2-y)^2, 0<y<2\end{cases}$

۲. $f(y)=\begin{cases}\frac{3}{4}(2-y)^2, 0<y<3\end{cases}$

۳. $f(y)=\begin{cases}\frac{3}{8}(y-2)^2, 0<y<2\end{cases}$

۴. $f(y)=\begin{cases}\frac{3}{4}(y-3)^2, 0<y<3\end{cases}$

۴- با فرض این که تابع چگالی توام (X,Y) به صورت $f(x,y)=2, 0<x\le y\le 1$ باشد، مقدار $\rho(X,Y)$ کدام است؟

۱. ۰/۳۸ ۲. ۰/۵ ۳. ۱ ۴. صفر

۵- فرض نمایید $x \sim \Gamma(1,\beta)$ باشد آنگاه میتوان گفت توزیع x -------- است.

۱. $\beta(a,b)$ ۲. یکنواخت ۳. نمایی ۴. نرمال استاندارد

۶- می دانیم که تعداد لامپ های معیوب یک فرایند تولید در طول یک هفته، متغیری تصادفی با میانگین ۱۵۰ است. حدود احتمال این که تولید لامپ های معیوب در یک هفته، از ۲۰۰ تا تجاوز کند چقدر است؟

۱. حداقل ۰/۵ ۲. حداکثر ۰/۷۵ ۳. حداقل ۰/۴۵ ۴. حداکثر یک

۷- اگر واریانس متغیر تصادفی X برابر صفر باشد، آن گاه $P(X=E(X))$ کدام است؟

۱. ۱ ۲. ۰/۵ ۳. ۰/۲۵ ۴. صفر

۸- فرض کنید X و Y مستقل باشند آن گاه:

۱. $f(x,y)=f(x)f(y)$

۲. $E(\frac{X}{Y})=\frac{E(X)}{E(Y)}$

۳. $E(XY)=E(Y)E(Y)$

۴. $E(XY)=E(Y)E(Y)$ و $f(x,y)=f(x)f(y)$

۹- فرض کنید X متغیری تصادفی با $E(X)=11$ است. در این صورت $P(X>11)$ طبق نابرابری مارکف چقدر می باشد؟

۱. ۱

۲. ۰/۴۵۴۵

۳. ۰/۴۷۲

۴. ۰/۵۲۸

۱۰- اگر σ^2 واریانس متغیر تصادفی X باشد. نابرابری چبیشف کدام است؟

۱. $P(|X-E(X)|\le\lambda\sigma)\le\frac{1}{\lambda^2}$

۲. $P(|X-E(X)|\le\lambda\sigma)\ge\frac{1}{\lambda^2}$

۳. $P(|X-E(X)|\ge\lambda\sigma)\le\frac{1}{\lambda^2}$

۴. $P(|X-E(X)|\ge\lambda\sigma^2)\ge\frac{1}{\lambda}$

۱۱- این قانون مبین آن است که متوسط دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل هم توزیع، با احتمال یک به میانگین توزیع مشترک می گراید؟

۱. قانون مارکف

۲. قانون قوی اعداد بزرگ

۳. قانون ضعیف اعداد بزرگ

۴. قضیه حد مرکزی

۱۲- اگر $X_1,X_2,...$ متغیرهای تصادفی مستقل با ویژگی های $E(X_i)=0$ و $Var(X_i)=\sigma_i^2<\infty$ باشند، در صورتی که $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\sigma_i^2}{i^2}<\infty$ ، آن گاه:

۱. با احتمال ۱ وقتی $n\to\infty$ ، $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\to0$.

۲. با احتمال صفر وقتی $n\to\infty$ ، $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\to0$.

۳. با احتمال ۱ وقتی $n\to\infty$ ، $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\to1$.

۴. با احتمال صفر $n\to\infty$ ، $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2\to1$.

۱۳- فرض کنید X متغیر تصادفی نرمال با میانگین ۳ و واریانس ۱۶ باشد، تابع مولد گشتاور $\frac{x-3}{4}$ را بیابید؟

۱. e^{3t}

۲. $e^{3t+\frac{1}{2}t^2}$

۳. $e^{\frac{1}{2}t^2}$

۴. e^{t^2}

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۷۱۵۴

۱۴- فرض شود $X_1, X_2, ..., X_n$ متغیرهای تصادفی مستقل هم توزیع با تابع توزیع مشترک F باشند. تابع توزیع متغیر تصادفی $Y_n = \max(X_1, X_2, ..., X_n)$ را به دست آورید؟

۱. $1-[1-F(y)]^n$ ۲. $[F(y)]^n$ ۳. $1-[1-F(y)]^{n-1}$ ۴. $n[F(y)]^{n-1}$

۱۵- فرض شود طول عمر لامپ معینی دارای توزیع نمایی با میانگین ۱۰۰ ساعت باشد. اگر ۱۰ لامپ از این نوع را همزمان نصب کنیم، میانگین توزیع طول عمر لامپی را که زودتر از همه می سوزد کدام است؟(فرض استقلال برقرار است)

۱. ۱۰۰ ۲. ۰/۰۱ ۳. ۱۰ ۴. ۰/۱

۱۶- برای تبدیل زیر ژاکوبی تبدیل را محاسبه نمایید.

$$y_1 = \frac{x_1}{x_1 + x_2}$$
$$y_2 = x_1 + x_2$$

۱. y_2 ۲. $\frac{\sqrt{y_2}}{y_1}$ ۳. $\sqrt{y_2}$ ۴. $\frac{\sqrt{y_2 y_1}}{2y_1}$

۱۷- فرض کنید تاسی را یک بار می ریزیم، اگر عدد روی تاس X باشد، قرار دهید $Y = (X-2)^2$. احتمال Y در نقطه ۹ کدام است؟

۱. $\frac{1}{6}$ ۲. $\frac{1}{3}$ ۳. $\frac{1}{2}$ ۴. صفر

۱۸- اگر X دارای تابع توزیع F_X باشد، آنگاه $U = F_X$ چه توزیعی خواهد داشت؟

۱. یکنواخت صفر و یک ۲. نرمال صفر و یک ۳. نمایی با پارامتر ۲ ۴. نرمال یک و دو

۱۹- فرض کنید که $X_1, X_2, ..., X_n$ متغیرهای تصادفی مستقل برنولی باشند، تابع مولد گشتاور $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$ را بیابید؟

۱. $(q + pe^t)$ ۲. $e^{(q+pe^t)^n}$ ۳. $e^{(q+pe^t)}$ ۴. $(q + pe^t)^n$

۲۰- اگر $X_1, X_2, ..., X_n$ یک نمونه تصادفی از چگالی f باشد، برآورد ناااریب σ^2 کدام است؟

۱. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$ ۲. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$ ۳. $\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$ ۴. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$

سری سوال: ۱ یک | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **تعداد سوالات : تستی :** ۲۵ **تشریحی :** ۵

عنـــوان درس : احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس : آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۷۱۵۴

۲۱- فرض کنید توزیعی با میانگین نامعلوم، دارای واریانس یک است. اندازه نمونه چقدر باشد تا با احتمال حداقل ۰/۹۵، میانگین نمونه ای $\overline{X}_n$ در فاصله ۰/۵ از میانگین جامعه قرار داشته باشد؟

۱. ۸۰ ۲. ۷۴ ۳. ۴۰۰ ۴. ۲۰۰

۲۲- گوییم دنباله $\{X_n\}$ از متغیرهای تصادفی در میانگین مرتبه دوم به متغیر تصادفی X همگراست، هرگاه:

۱. $\lim\limits_{n\to\infty} E\left[(X_n - X)^2\right]=1$

۲. $\lim\limits_{n\to\infty} E\left[(X_n - X)\right]=1$

۳. $\lim\limits_{n\to\infty} E\left[(X_n - X)^2\right]=0$

۴. $\lim\limits_{n\to\infty} E\left[(X_n - X)\right]=0$

۲۳- گزینه درست کدام است؟

۱. همگرایی در میانگین مرتبه دوم، مستلزم همگرایی در احتمال است.

۲. همگرایی در میانگین مرتبه دوم قوی تر از همگرایی در احتمال است.

۳. همگرایی در احتمال قوی تر از همگرایی در توزیع است.

۴. همه موارد

۲۴- اگر $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ واریانس نمونه ای یک نمونه تصادفی از جامعه نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد، آنگاه $U=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ دارای چه توزیعی خواهد بود؟

۱. گاما با یک و n درجه آزادی

۲. خی دو با $n-1$ درجه آزادی

۳. گاما با n و یک درجه آزادی

۴. خی دو با n درجه آزادی

۲۵- اگر X دارای توزیع $F_{m,n}$ باشد، در این صورت $\frac{1}{X}$ دارای چه توزیعی خواهد بود؟

۱. $F_{m,n}$ ۲. $\beta_{m,n}$ ۳. $\beta_{n,m}$ ۴. $F_{n,m}$

سوالات تشریحی

۱- تابع چگالی توام (X,Y) به صورت $f(x,y)=12xy(1-y),\ \ 0<x,y<1$ است. آیا X و Y از هم مستقل هستند؟ نشان دهید. ۱،۷۵ نمره

سری سوال: ۱ یک
زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ **تشریحی :** ۶۰
تعداد سوالات : تستی : ۲۵ **تشریحی :** ۵

عنـــوان درس : احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۷۱۵۴

۲- تابع چگالی توام X و Y به صورت زیر است، مطلوبست احتمال آنکه مقدار $X+Y$ از $\frac{1}{2}$ بیشتر باشد؟ ۱،۱۷ نمره

$$f(x,y)=\frac{1}{y},\quad 0<x<y,0<y<1$$

۳- قضیه حد مرکزی را بیان نمایید؟ (بدون اثبات) ۱،۱۷ نمره

۴- فرض کنید که متغیرهای تصادفی $X_1,X_2,\dots,X_n$ مستقل باشند به طوری که X_i دارای توزیع نرمال با میانگین μ_i و واریانس σ_i^2 است. توزیع $Y=\sum_{i=1}^{n}a_iX_i$ را که در آن a_i ها اعداد حقیقی اند، را با استفاده از تابع مولد گشتاور به دست آورید؟ ۱،۱۷ نمره

۵- اگر $Z_1,Z_2,\dots,Z_n$ یک نمونه تصادفی از جامعه نرمال استاندارد باشد، نشان دهید: ۱،۷۴ نمره

الف: $\bar{Z}$ دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $\frac{1}{n}$ است.

ب: $\bar{Z}$ و $\sum_{i=1}^{n}(Z_i-\bar{Z})^2$ مستقل اند.