

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرضی ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، ۱۱۱۷-۳۳ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۵

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از $f(x; \theta) = \phi_{\theta, \theta}(x)$ باشد، کدام یک از موارد زیر نمی تواند کمیت محوری باشد؟

$$\begin{array}{llll} \frac{\bar{X} - \theta}{\theta} & \frac{\bar{X} - \theta}{\theta} & \frac{\bar{X} - \theta}{3\sqrt{n}} & \frac{\bar{X} - \theta}{3} \end{array}$$

۲- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$ باشد، یک فاصله اطمینان 100% درصد برای θ برابر است با:

$$\begin{array}{ll} \left(\frac{\log q_1}{\log \prod X_i}, \frac{\log q_2}{\log \prod X_i} \right) & \left(\frac{\log q_2}{\log \prod X_i}, \frac{\log q_1}{\log \prod X_i} \right) \\ \left(\frac{\log q_2}{\prod \log X_i}, \frac{\log q_1}{\prod \log X_i} \right) & \left(\frac{\log q_1}{\prod \log X_i}, \frac{\log q_2}{\prod \log X_i} \right) \end{array}$$

۳- یک بازه اطمینان $(1-p_1-p_2)100\%$ برای θ_0 وقتی که X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی

$$f(x; \theta_0) = \left(\frac{1}{\theta_0}\right) I_{(0, \theta_0)}(x)$$

$$\begin{array}{ll} (Y_n p_1^{-1/p_1}, Y_n (1-p_2)^{-1/p_2}) & (Y_n (1-p_1)^{-1/p_1}, Y_n (1-p_2)^{-1/p_2}) \\ (Y_n (1-p_2)^{-1/p_2}, Y_n (1-p_1)^{-1/p_1}) & (Y_n (1-p_2)^{-1/p_2}, Y_n p_1^{-1/p_1}) \end{array}$$

۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع باتایچ چگالی احتمال $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0, \theta > 0$ باشد، اگر $\sum x_i = 3960$ باشد، یک فاصله اطمینان تقریبی 0.97172 برای θ کدام است؟

$$(8,12) \quad (8,11) \quad (9,12) \quad (9,11)$$

۵- در یک آزمون فرض ساده در مقابل فرض ساده دیگر، گزینه صحیح کدام است؟ در سطح α ، برای هر α

- ۱- تواناترین آزمون همیشه وجود دارد ولی آزمون نسبت درستنمایی تعمیم یافته ممکن است وجود نداشته باشد.
- ۲- آزمون نسبت درستنمایی تعمیم یافته همیشه وجود دارد ولی تواناترین آزمون ممکن است وجود نداشته باشد.
- ۳- تواناترین آزمون و آزمون نسبت درستنمایی تعمیم یافته همیشه وجود دارند، اما ممکن است با هم برابر نباشند.
- ۴- تواناترین آزمون و آزمون نسبت درستنمایی تعمیم یافته همیشه وجود دارند و با هم یکسان هستند.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۴۵

۶- نمونه تصادفی X_1, \dots, X_n را از توزیعی نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 در نظر می گیریم. فرض کنید $T = \frac{1}{n} \sum X_i^2$ باشد. در صورتیکه $[T > 1.83], n = 10$ ناحیه ی بحرانی باشد، خطای نوع اول برای آزمون $H_0: \sigma^2 = 1$ در برابر $H_1: \sigma^2 = 2$ برابر است با:

۱. 0.01 ۲. 0.99 ۳. 0.05 ۴. 0.95

۷- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از $f(x; \theta) = \phi_{\theta, 25}(x)$ باشد. فرض کنید $H_0: \theta \leq 17$ و آزمون γ ، H_0 را رد می کنیم اگر $\bar{X} > 17 + \frac{5}{\sqrt{n}}$ ، اگر $\Theta_0 = \{\theta: \theta \leq 17\}$ باشد، اندازه آزمون γ برابر است با:

۱. 0.841 ۲. 0.159 ۳. 0.95 ۴. 0.05

۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x} I_{(0, \infty)}(x)$ باشد که در آن $\theta = \theta_0$ یا $\theta = \theta_1$ است. اگر $H_0: \theta = \theta_0$ را در مقابل $H_1: \theta = \theta_1$ داشته باشیم، در اینصورت تواناترین آزمون برابر است با:

۱. $H_0, \left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^n \exp[-(\theta_0 - \theta_1) \sum X_i] \geq k$ رد می شود.
۲. $H_0, \left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)^n \exp[-(\theta_0 - \theta_1) \sum X_i] \leq k$ رد می شود.
۳. $H_0, \left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^n \exp[-(\theta_0 - \theta_1) \prod X_i] \geq k$ رد می شود.
۴. $H_0, \left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^n \exp[-(\theta_0 - \theta_1) \sum X_i] \leq k$ رد می شود.

۹- آزمون $H_0: \theta = \theta_0$ در مقابل $H_1: \theta = \theta_1$ نسبت به توزیع پیشین داده با $g = p[\Theta = \theta_1]$ را آزمون بیری گویند اگر و تنها اگر:

۱. برای هر آزمون دیگر γ
 $\max[R_{\gamma_m}(\theta_0), R_{\gamma_m}(\theta_1)] \leq \max[R_{\gamma}(\theta_0), R_{\gamma}(\theta_1)]$
۲. برای هر آزمون دیگر γ
 $(1-g)R_{\gamma_g}(\theta_0) + gR_{\gamma_g}(\theta_1) \leq (1-g)R_{\gamma}(\theta_0) + gR_{\gamma}(\theta_1)$
۳. $\sup_{\theta \in \theta_0} \pi_{\gamma^*}(\theta) = \alpha$
۴. برای هر آزمون دیگر γ که برای آن $\pi_{\gamma^*}(\theta_0) \geq \pi_{\gamma}(\theta_1)$ و $\pi_{\gamma^*}(\theta_0) < \alpha$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰، تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵، تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۵

۱۰- اگر $I(\theta) = \left\{ \left(\frac{1}{\theta} \right) I_{(0, \theta)}(x) \right\}$ باشد، آنگاه $\frac{I(\theta')}{I(\theta'')}$

۱- تابعی یکتوا و صعودی از $\sum X_i$ است.

۲- تابعی یکتوا و غیرصعودی از $\sum X_i$ است.

۳- تابعی یکتوا و غیرصعودی از $Y_n = \max[X_1, \dots, X_n]$ است.

۴- تابعی یکتوا و صعودی از $Y_n = \max[X_1, \dots, X_n]$ است.

۱۱- در آزمونی با پارامتر $\theta > 0$ تابع توان به صورت $e^{-x/\theta}$ است. خطای نوع دوم برای آزمون $\theta = 2$ در برابر $\theta = 1$ کدامست؟

۱- $1 - e^{-1}$ ۲- e^{-1} ۳- $e^{-1/2}$ ۴- $1 - e^{-1/2}$

۱۲- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ باشد، آنگاه ناحیه بحرانی بطور یکنواخت تواناترین آزمون برای آزمون فرض $H_0: \theta \geq \theta_0$ در مقابل $H_1: \theta < \theta_0$ عبارتست از:

۱- $\max(x_1, \dots, x_n) > c$ ۲- $\max(x_1, \dots, x_n) < c$ ۳- $\sum x_i < c$ ۴- $\sum x_i > c$

۱۳- کدامیک از توزیع های زیر دارای خاصیت نسبت درستنمایی یکتوا نیست؟

۱- توزیع نمایی متغی ۲- توزیع گاما ۳- توزیع کبی ۴- توزیع نرمال

۱۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال $f_\theta(x) = \lambda e^{-\lambda(x-\theta)}$ ، $x > \theta$ باشد و λ ثابت باشد. آنگاه این خانواده دارای خاصیت نسبت درستنمایی یکتوا در کدام آماره زیر است؟

۱- $X_{(n)}$ ۲- $X_{(m)}$ ۳- $\sum X_i$ ۴- $\frac{1}{\sum X_i}$

۱۵- فرض کنید یک نمونه تصادفی n تایی از جامعه نرمال μ ، σ^2 انتخاب کرده ایم. در آزمون $H_0: \mu \leq \mu_0$ در مقابل $H_1: \mu > \mu_0$ وقتی که σ^2 معلوم باشد، تواناترین آزمون یکنواخت به اندازه α برابر است با:

۱- H_0 رد می شود اگر $\bar{X} < \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{1-\alpha}$ ۲- H_0 رد می شود اگر $\bar{X} < \mu_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{1-\alpha}$

۳- H_0 رد می شود اگر $\bar{X} > \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{1-\alpha}$ ۴- H_0 رد می شود اگر $\bar{X} > \mu_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{1-\alpha}$

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۳۳ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۷۱۶۵

۱۶- در آزمون فرض $H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$ در مقابل $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ وقتی که μ معلوم است، آزمونی با ناحیه بحرانی $\{(x_1, \dots, x_n): \sum (x_i - \mu)^2 > k\}$ توانا ترین آزمون یکتواخت با اندازه α می باشد. در این صورت k برابر است با:

$$1. \sigma_0^2 \chi_{1-\alpha}^2 \quad 2. \chi_{1-\alpha}^2 \quad 3. t_{1-\alpha, n-1} \quad 4. z_{1-\alpha}$$

۱۷- فرض کنید نمونه $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{n1}$ از جامعه نرمال μ_1, σ_1^2 و نمونه $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{n2}$ را از جامعه نرمال μ_2, σ_2^2 انتخاب کرده ایم. اگر $\Theta = \{\mu_1, \mu_2, \sigma^2\}$ باشد، برآوردهای درست‌نمایی ماکسیمم μ_1, μ_2, σ^2 به ترتیب برابرند با:

$$1. \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} [\sum (X_{1j} - \bar{X}_1)^2 + \sum (X_{2j} - \bar{X}_2)^2], \bar{X}_2, \bar{X}_1$$

$$2. \frac{1}{n_1 + n_2} [\sum (X_{1j} - \bar{X}_1)^2 - \sum (X_{2j} - \bar{X}_2)^2], \bar{X}_2, \bar{X}_1$$

$$3. \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} [\sum (X_{1j} - \bar{X}_1)^2 - \sum (X_{2j} - \bar{X}_2)^2], \bar{X}_2, \bar{X}_1$$

$$4. \frac{1}{n_1 + n_2} [\sum (X_{1j} - \bar{X}_1)^2 + \sum (X_{2j} - \bar{X}_2)^2], \bar{X}_2, \bar{X}_1$$

۱۸- برای آزمون فرض $H_0: p_j = p_j^0, j = 1, \dots, k+1$ که در آن p_j^0 ها احتمال های مفروضی هستند که مجموعشان برابر یک است، نسبت درست‌نمایی تعمیم یافته برابر است با:

$$1. \lambda = n^n \prod_{j=1}^{k+1} \left(\frac{p_j^0}{n_j} \right)^{n_j}$$

$$2. \lambda = n \prod_{j=1}^{k+1} \left(\frac{n_j}{p_j^0} \right)^{n_j}$$

$$3. \lambda = \frac{\prod (\hat{\sigma}_j^2)^{n_j - 2}}{\left(\frac{\sum n_j \hat{\sigma}_j^2}{\sum n_j} \right)^{\sum n_j / 2}}$$

$$4. \lambda = \left(\frac{1}{t^2} \right)^{(n_1 + n_2) / 2} \left[1 + \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \right]$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۳۳ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۷۱۶۵

۱۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از $N(\theta, 1)$ بوده و آزمون $H_0: \theta = \theta_0$ مورد نظر باشد. یک آزمون با اندازه

α بصورت زیر داده شده است: H_0 رد می شود اگر و تنها اگر $|\bar{X} - \theta_0| \geq \frac{z}{\sqrt{n}}$ که در آن z با

$\Phi(z) - \Phi(-z) = 1 - \alpha$ تعریف شده است. در اینصورت ناحیه پذیرش این آزمون برابر است با:

$$X(\theta_0) = \{(x_1, \dots, x_n) : \theta_0 - \frac{z}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \theta_0 + \frac{z}{\sqrt{n}}\} \quad ۱$$

$$X(\theta_0) = \{(x_1, \dots, x_n) : \theta_0 - \frac{z}{\sqrt{n}} > \bar{X}, \bar{X} > \theta_0 + \frac{z}{\sqrt{n}}\} \quad ۲$$

$$X(\theta_0) = \{(x_1, \dots, x_n) : \bar{X} \leq \theta_0 + \frac{z}{\sqrt{n}}\} \quad ۳$$

$$X(\theta_0) = \{(x_1, \dots, x_n) : \bar{X} \geq \theta_0 - \frac{z}{\sqrt{n}}\} \quad ۴$$

۲۰- در آزمون نسبت احتمال دنباله ای خطای نوع اول برابر است با:

$$\alpha = \sum_{n=1}^{\infty} \int L_1(n) \quad ۱ \quad \alpha = \sum_{n=1}^{\infty} \int L_0(n) \quad ۲ \quad \alpha = \sum_{n=1}^{\infty} \int L_1(n) \quad ۳ \quad \alpha = \sum_{n=1}^{\infty} \int L_0(n) \quad ۴$$

۲۱- فرض کنید k_1, k_0 چنان تعریف شده اند که آزمون نسبت احتمال دنباله ای متناظر با k_1, k_0 دارای اندازه های خطای

β, α می باشد. در اینصورت k_1, k_0 برابرند با:

$$k'_0 = \frac{1-\beta}{\alpha}, k'_1 = \frac{1-\alpha}{\beta} \quad ۱ \quad k'_0 = \frac{\alpha}{1-\beta}, k'_1 = \frac{\beta}{1-\alpha} \quad ۲$$

$$k'_0 = \frac{1-\alpha}{\beta}, k'_1 = \frac{1-\beta}{\alpha} \quad ۳ \quad k'_0 = \frac{\alpha}{1-\beta}, k'_1 = \frac{1-\alpha}{\beta} \quad ۴$$

۲۲- فرض کنید $\mu(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon_i$ یک تابع خطی از متغیر حقیقی x باشد. در اینصورت $\text{var}(\hat{\beta}_1)$ در حالت A برابر

است با:

$$\text{var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad ۱ \quad \text{var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2 \sum x_i^2}{n \sum (x_i - \bar{x})^2} \quad ۲$$

$$\text{var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2 \bar{x}}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad ۳ \quad \text{var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{n \sum (x_i - \bar{x})^2} \quad ۴$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰، تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵، تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۳۳ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۷۱۴۵

۲۳- در حالت A از مدل خطی ساده $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ برآوردگر درست‌نمایی ماکسیمیم χ^2 برای است با:

$$\frac{1}{n} \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 \quad \frac{1}{n-1} \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 \quad \frac{1}{n-1} \sum (Y_i - \bar{Y} - \hat{\beta}_1 (x_i - \bar{x}))^2$$

$$\frac{1}{n-1} \sum (\bar{Y} - \hat{\beta}_0)^2 \quad \frac{1}{n-2} \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2$$

۲۴- برای ساختن یک بازه اطمینان در سطح γ برای β_0 ، در حالت A کمیت محوری دارای چه توزیعی است؟

$$t_{n-1} \quad \chi_{n-1}^2 \quad t_{n-2} \quad \chi_{n-2}^2$$

۲۵- در حالت B مدل خطی ساده $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ برآورد کمترین مربعات β_1 برابر است با:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (Y_i - \bar{Y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad \hat{\beta}_1 = (\bar{Y} - \hat{\beta}_0 \bar{x})$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (Y_i - \bar{Y})(x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad \hat{\beta}_1 = \frac{\sum (Y_i - \bar{Y})(x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

سوالات تشریحی

نمره ۱.۴۰

۱- یک بازه اطمینان ۹۰ درصد برای میانگین یک توزیع نرمال با $\sigma = 3$ یا معلوم بودن نمونه $(-0.9, -0.6, -0.3, 3.3)$ به دست آورید. اگر σ نامعلوم باشد، بازه اطمینان چه خواهد بود؟

نمره ۱.۴۰

۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x} I_{(0, \infty)}(x)$ باشد، که در آن $\Theta = \{\theta, \theta > 0\}$ ، فرض $H_0: \theta \leq \theta_0$ را در مقابل $H_1: \theta > \theta_0$ بیازمایید.

نمره ۱.۴۰

۳- فرض کنید k نمونه تصادفی از k جامعه نرمال انتخاب کرده ایم. فرض کنید X_{j1}, \dots, X_{jn_j} نمونه ای تصادفی به حجم n_j از جامعه نرمال μ_j باشد، $j = 1, \dots, k$ ، که جامعه μ_j دارای میانگین μ_j و واریانس σ_j^2 باشد و K نمونه تصادفی مستقل اند. آزمون نسبت درست‌نمایی تعمیم یافته را برای فرض $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ در مقابل حداقل به ازای یک $j, \bar{1} \quad H_1: \mu_j \neq \mu_{\bar{j}}$ به دست آورید.

سری سوال: ۱: یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرضی ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۵

۴- ۱۷۲۵ نفر از کودکان دبستانی بر حسب هوش و سطح اقتصاد ظاهری خانواده رده بندی می شوند. یک رده بندی ۱.۴۰ نمره خلاصه شده به صورت زیر است. در سطح ۰.۰۱، استقلال را آزمون کنید. مقدار جدول = ۰.۲۹۷

		هوش		
		کودن	باهوش	بسیار با استعداد
سطح ظاهری	خیلی خوش لباس	۸۱	۳۲۲	۲۲۳
	خوش لباس	۱۴۱	۴۵۷	۱۵۳
	بدلباس	۱۲۷	۱۶۳	۴۸

۱.۴۰ نمره

۵- قضیه گاوس مارکف را بیان و اثبات کنید.



سری سوال: ۱ یک

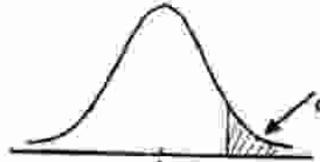
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرضی ها) آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - آمار ریاضی، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۵

جدول ۲. توزیع استودنت



f	$t(\alpha, f)$				
	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.635	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.996	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Source: Reproduced with permission from Table 12 of E. S. Pearson and H. O. Hartely, Biometrika Tables for Statisticians, Vol. 1 (Cambridge: Cambridge University Press, 1954)