

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها-۱۱۷۱۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر ماتریس C مربعی نباشد، برای اینکه ماتریس تبدیل $Y = CX$ به صورت مربعی درآید، از چه روشی استفاده می کنیم؟

۱. تبدیلات متعامد
۲. متغیرهای کمکی
۳. خاصیت استقلال
۴. خارج کردن متغیرهای اضافی

۲- اگر X_1, X_2 مولفه های مستقل بردارهای تصادفی X باشند و $Y_1 = X_1 + X_2$ و $Y_2 = X_1 - X_2$ قدر مطلق ژاکوبی تبدیل برابر است با:

۱. $\frac{1}{4}$
۲. $\frac{1}{2}$
۳. $-\frac{1}{2}$
۴. $\frac{1}{2}$

۳- اگر M یک ماتریس با ابعاد $p \times n$ باشد و A, C ماتریس های ثابت باشند، کدامیک از گزینه های زیر نادرست است؟

۱. وقتی M مربعی است $E(tr(M)) = tr(E(M))$
۲. $E(AX + B) = AE(X) + B$
۳. وقتی M مربعی نیست $E(tr(M)) = tr(E(M))$
۴. $E(M') = E(M)'$

۴- کدامیک از گزینه های زیر نمی تواند مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس Σ باشد؟

۱. $6, 4, 2$
۲. $5, 3, 1$
۳. $-6, -4, -2$
۴. $5/5, 3/5, 1/5$

۵- فرض کنید U, V بردارهای تصادفی به ترتیب با ابعاد p, q با بردارهای میانگین η, γ باشند. ماتریس کوواریانس بین این دو بردار چند بعدی است؟

۱. $p \times q$
۲. $p \times 1$
۳. $1 \times q$
۴. $q \times p$

۶- مجذور فاصله ماهالانوبیس بین بردار X و بردار میانگین μ در تابع چگالی $N_p(\mu, \Sigma)$ کدامست؟

۱. $-\frac{1}{2}(X - \mu)' \Sigma^{-1}(X - \mu)$
۲. $(X - \mu)' \Sigma^{-1}(X - \mu)$
۳. $-\frac{1}{2}(X - \mu)' \Sigma(X - \mu)$
۴. $(X - \mu)' \Sigma(X - \mu)$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها-۱۱۷۱۷۰

۷- اگر $Z \sim N_p(0, I_p)$ باشد، تابع مولد گشتاورهای آن برابر است با:

۱. $e^{t'\mu + \frac{1}{2}t'\Sigma t}$ ۲. $e^{-\frac{1}{2}t'\Sigma t}$ ۳. $e^{\frac{1}{2}t't}$ ۴. $e^{t'\mu - \frac{1}{2}t'\Sigma t}$

۸- اگر $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_{ii})$ ، $i = 1, 2, \dots, p$ باشد، برای یافتن توزیع های $X_1 + X_2, X_1 - X_2$ از چه بردارهایی استفاده می کنیم؟

۱. $a' = (1, 0, 0, \dots, 0)$ ۲. $a' = (1, -1, 0, \dots, 0)$ ۳. $a' = (1, -1, 0, \dots, 0)$ ۴. $a' = (1, 0, 0, \dots, -1)$
 ۱. $a' = (1, 1, 0, \dots, 0)$ ۲. $a' = (1, 1, 0, \dots, 0)$ ۳. $a' = (1, 0, 0, \dots, 0)$ ۴. $a' = (1, 0, 0, \dots, 1)$

۹- فرض کنید $X \sim N_3(\mu, \Sigma)$ که در آن $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱. X_3, X_1 مستقل هستند. ۲. X_3, X_2 مستقل هستند.
 ۳. $(X_1, X_2), X_3$ مستقل هستند. ۴. X_1, X_2 مستقل هستند.

۱۰- اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از $N_p(\mu, \Sigma)$ باشد، مقدار ماکسیمم تابع درستنمایی برابر است با:

۱. $[2e\pi \frac{n-1}{n}]^{\frac{np}{2}} |s|^{-\frac{n}{2}}$ ۲. $\hat{\Sigma} = \frac{n-1}{n} S, \hat{\mu} = \bar{X}$ ۳. $-\frac{1}{2}tr\Sigma^{-1}(A)$ ۴. $\sum_{i=1}^p c_i - p - \sum_{i=1}^p \ln c_i$

۱۱- اگر $X \sim N_n(\mu, I_n)$ باشد، توزیع $\sum (X_i - \bar{X})^2$ برابر است با:

۱. کای اسکور $n-1$
 ۲. کای اسکور نامرکزی با $n-1$ درجه آزادی و پارامتر نامرکزیت $\mu'A\mu$ که در آن $A = I_n - \frac{1}{n}LL'$
 ۳. کای اسکور نامرکزی با $n-1$ درجه آزادی و پارامتر نامرکزیت $\mu'\Sigma^{-1}\mu$
 ۴. $N_n(\mu, I_n - \frac{1}{n}LL')$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰: نسی: ۶۰: تشریحی: ۶۰:

تعداد سوالات: نسی: ۲۵: تشریحی: ۵:

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها-۱۱۷۱۷۰

۱۲- اگر V دارای توزیع ویشارت مرکزی با m درجه آزادی باشد، آنگاه

۱- $cVc' \sim W_{m-1}(c\Sigma c')$

۲- برای V غیر مثبت قطعی و $m \leq p$ تابع چگالی وجود ندارد.

۳- اگر $\Sigma = \sigma^2 I, p = 1$ تابع ویشارت به توزیع کای اسکور با m درجه آزادی تبدیل می شود.

۴- اگر $V_1 \sim W_{m_1}(\Sigma), V_2 \sim W_{m_2}(\Sigma)$ باشد آنگاه $V_1 + V_2 \sim W_{m_1+m_2}(\Sigma)$

۱۳- اگر $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ نمونه ای تصادفی از توزیع $N_2(\mu, \Sigma)$ باشند، برآورد درست‌نمایی ماکسیمم Σ کدامست؟

۱- $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ۲- I_2 ۳- $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ۴- $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

۱۴- دو سری داده تصادفی به حجم ۱۰ از نرمال استاندارد داریم و مقدار ضریب همبستگی بین این دو سری $r = 0.299$ به دست آمده است. مقدار آماره آزمون برای فرض $H_0: \rho = 0$ برابر است با:

۱- $2/826$ ۲- $2/17$ ۳- $3/26$ ۴- $0/826$

۱۵- برآورد ρ وقتی که $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma^2$ باشد در حالت $p = 2$ برابر است با:

۱- $\hat{\rho} = \frac{s_{12}}{s_{11} + s_{22}}$ ۲- $\hat{\rho} = \frac{2s_{12}}{s_{11} + s_{22}}$ ۳- $\hat{\rho} = \frac{s_{12}}{\sqrt{s_{11}}\sqrt{s_{22}}}$ ۴- $\hat{\rho} = \frac{2s_{12}}{\sqrt{s_{11}}\sqrt{s_{22}}}$

۱۶- در برآورد ρ تحت مدل کوواریانس بین طبقه ای چه زمانی از برآورد اصلاح شده استفاده می کنیم؟

۱- وقتی که برآوردگر ضریب همبستگی در فضای پارامتری قرار نگیرد.

۲- وقتی که برآوردگر ضریب همبستگی همواره مثبت باشد.

۳- وقتی که مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس $\lambda_2 = 1 + \rho, \lambda_1 = 1 - \rho$ باشند.

۴- وقتی که $tr\Sigma = p\sigma^2$ باشد.

۱۷- یک ناحیه اطمینان $(1-\alpha)\%$ برای μ از جامعه نرمال p متغیره برابر است با:

۱- $n(\mu - \bar{X})'s^{-1}(\mu - \bar{X}) \leq \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{n-p, p, \alpha}$ ۲- $n(\bar{X} - \mu)'s^{-1}(\bar{X} - \mu) \leq \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{n-p, p, \alpha}$

۳- $n(\bar{X} - \mu)'s^{-1}(\bar{X} - \mu) \leq \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{p, n-p, \alpha}$ ۴- $n(\mu - \bar{X})'s^{-1}(\mu - \bar{X}) \leq \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{p, n-p, \alpha}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰: تشریحی: ۶۰:

تعداد سوالات: نسی: ۲۵: تشریحی: ۵:

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها-۱۱۷۱۷۰

۱۸- آماره آزمون برای عدد ثابت a و σ^2 نامعلوم در فاصله اطمینان $(1-\alpha)\%$ برای $\mu = a'\mu$ دارای چه توزیعی است؟

۱. $F_{p,n-p,\alpha}$ ۲. $t_{n-p,\alpha}$ ۳. $t_{n-1,\alpha}$ ۴. $t_{n-2,\alpha}$

۱۹- بازه های اطمینان γ^2 با افزایش p

۱. کوچک و با افزایش n کوچک می شود.
۲. بزرگ و با افزایش n بزرگ می شود.
۳. کوچک و با افزایش n بزرگ می شود.
۴. بزرگ و با افزایش n کوچک می شود.

۲۰- $(n_1 + n_2 - 2)S_p$ دارای چه توزیعی است؟

۱. $t_{n_1+n_2-2}$ ۲. $W_{n_1+n_2-2}(\Sigma)$
۳. $W_{n_1+n_2-2}(\Sigma_1 + \Sigma_2)$ ۴. $W_{n_1+n_2}(\Sigma_1 + \Sigma_2)$

۲۱- در آنالیز واریانس چند متغیره یک راهه کدام مورد زیر نادرست است؟

۱. SSE یک ماتریس معین مثبت است.
۲. درمینان $SStr$ برابر صفر است.
۳. SSE دارای توزیع ویشارت با $n - J$ درجه آزادی است.
۴. $SStr$ همواره یک ماتریس معین مثبت است.

۲۲- $\frac{|SSE|}{|SSE + SStr|}$ برابر است با:

۱. $U_{p,m,f} > c$ ۲. $U_{p,J-1,n-J} > c$ ۳. $U_{p,m-1,f-m} > c$ ۴. $U_{f,J-1,n-J} > c$

۲۳- در آزمون $H_0: \Sigma = s$ چند پارامتر به طور همزمان مورد آزمون قرار می گیرد؟

۱. $\frac{p(p-1)}{2}$ ۲. $\frac{p(p+2)}{2}$ ۳. p^2 ۴. $(p-1)^2$

۲۴- برای اعتماد به نمودار $Q-Q$ در توزیع نرمال چند نمونه لازم است؟

۱. حداقل ۳۰ نمونه ۲. حداقل ۵۰ نمونه ۳. حداقل ۲۰ نمونه ۴. حداقل ۶۰ نمونه

۲۵- ضرایب همبستگی r را چگونه به توزیع تقریباً نرمال تبدیل می کنیم؟

۱. با گرفتن ریشه دوم ۲. با تبدیل لجیت
۳. با تبدیلات توانی پیشنهادی باکس-کاکس ۴. با تبدیل Z فشر

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰: ۶۰: تشریحی: ۶۰:

تعداد سوالات: تشریحی: ۲۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها-۱۱۷۱۷۰

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)'$, $a = (a_1, a_2, \dots, a_p)'$ اگر $Y = a'X$ باشد، $\text{var}(Y)$ را به دست آورید. ۱.۴۰ نمره

۲- اگر $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \sim N_p \left(\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix} \right)$ باشد، به قسمی که $|\Sigma_{11}| > 0, |\Sigma_{22}| > 0$ باشد توزیع شرطی X_2 به شرط $X_1 = x_1$ را بیابید. ۱.۴۰ نمره

۳- قضیه حد مرکزی در حالت P متغیره را بنویسید. ۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید ماتریس داده های مربوط به یک نمونه تصادفی به اندازه $n = 3$ از جامعه نرمال دو متغیره به صورت زیر به دست آمده باشد

$$\langle X \rangle = \begin{bmatrix} 8 & 6 & 10 \\ 3 & 9 & 6 \end{bmatrix} \text{ اگر } \mu_0 = (9 \ 5)'$$

مطلوبست مقدار T^2 و تعیین توزیع T^2 .

۵- بیضی گون پیش بینی کننده برای X با Σ, μ نامعلوم را بنویسید. ۱.۴۰ نمره