

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۷۸

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر  $X_1, X_2$  یک نمونه تصادفی دو تایی از توزیع  $f(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}, x > 0$  باشد، در اینصورت توزیع احتمال متغیر

تصادفی  $Y = \frac{X_1}{X_2}$  کدام است؟

۱. یکنواخت در فاصله (۰ و ۱)  
۲. گاما با پارامترهای (۲ و ۲)  
۳. کای دو با ۱ درجه آزادی  
۴. F با (۲ و ۲) درجه آزادی

۲- از مجموعه  $\{1, 2, 3, 4\}$  یک نمونه تصادفی ۲ تایی بدون جایگذاری انتخاب می شود و  $\bar{X}$  بعنوان میانگین این نمونه تعریف می شود. میانگین و واریانس  $\bar{X}$  به ترتیب از راست به چپ چه مقدار است؟

۱. ۰.۵ و ۲  
۲.  $\frac{5}{12}$  و ۳  
۳. ۰.۵ و ۲.۵  
۴.  $\frac{5}{12}$  و ۲.۵

۳- اگر یک نمونه تصادفی ۳ و ۱ و ۵ و ۱ و ۱.۵ و ۰.۵ از توزیع یکنواخت بر بازه  $(0, \theta)$  بدست آمده باشد، برآورد گشتاوری پارامتر  $\theta$  کدام است؟

۱. ۲  
۲. ۴  
۳. ۶  
۴. ۸

۴- متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع برنولی با پارامتر  $P$  است. با گرفتن یک نمونه تصادفی  $n$  تایی از  $X$  قصد تخمین  $P$  به وسیله روش دستنمایی ماکزیمم (MLE) را داریم. در اینصورت این برآورد چقدر خواهد بود؟

۱.  $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n-1}$   
۲.  $\bar{X}$   
۳.  $\sum_{i=1}^n x_i$   
۴.  $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n+1}$

۵- اگر بدانیم واریانس تخمین زننده  $\hat{\theta}$  مساوی ۴ بوده و امید ریاضی آن برابر  $\frac{\theta}{2}$  باشد، در اینصورت میانگین مربع خطا (MSE) برای  $\hat{\theta}$  کدام است؟

۱.  $2 + \frac{\theta}{2}$   
۲.  $4 + \frac{\theta^2}{2}$   
۳.  $4 + \frac{\theta^2}{4}$   
۴.  $2 - \frac{\theta}{2}$

۶- متغیر تصادفی  $X$  با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  مفروض است. دو نمونه تصادفی مستقل با اندازه های  $n_1$ ،  $n_2$  دارای میانگین های  $\bar{X}_1$ ،  $\bar{X}_2$  هستند. اگر بخواهیم واریانس  $\bar{X}$  حداقل باشد،  $a$  در عبارت  $x = a\bar{X}_1 + (1-a)\bar{X}_2$  که در آن  $0 < a < 1$  است، برابر است با:

۱.  $\frac{n_1}{n_1 + n_2}$   
۲.  $\frac{n_2}{n_1 + n_2}$   
۳.  $n_2$   
۴.  $n_1$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۷۸

۷- اگر  $X_1, X_2, X_3, X_4$  یک نمونه تصادفی چهارتایی از یک جامعه با میانگین  $\mu$  باشد، از برآوردکننده های زیر کدامیک برآوردکننده ناریب  $\mu$  با واریانس کمتر است؟

$$\begin{array}{ll} \frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4} & \cdot 1 \quad \frac{x_1+2x_2+2x_3+x_4}{6} \\ \frac{x_1-x_2+x_3-x_4}{2} & \cdot 2 \quad \frac{x_1+x_2+x_3}{3} \end{array}$$

۸- در صورتی که  $\hat{\sigma}^2$  یک برآورد ناریب از  $\sigma^2$  باشد در این صورت:

۱.  $\hat{\sigma}$  یک برآورد ناریب از  $\sigma$  است.  
۲.  $\hat{\sigma}$  یک برآورد ناریب با کمترین واریانس از  $\sigma$  است.  
۳.  $\hat{\sigma}$  برآورد اریب با کمترین واریانس از  $\sigma$  است.  
۴.  $\hat{\sigma}$  یک برآورد ناریب از  $\sigma$  نیست.

۹- فرض کنید یافته های ۰.۹ و ۰.۴ و ۰.۲ و ۰.۷ و ۰.۳ مقادیر مشاهده شده یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآورد پارامتر  $\theta$  به روش گشتاوری کدام است؟  $f(x) = \theta(1-x)^{\theta-1}, 0 < x < 1, \theta > 0$

۱. ۰.۲      ۲. ۰.۵      ۳. ۰.۹      ۴. ۰.۴

۱۰- فرض کنید یافته های ۰.۶ و ۰.۸ و ۰.۱ و ۰.۵ و ۰.۴ مقادیر مشاهده شده یک نمونه تصادفی ۵ تایی از توزیعی با چگالی احتمال

$$f(x) = \frac{2x}{1-\theta^2}, \theta \leq x < 1$$

برآورد حداکثر درستنمایی پارامتر  $\theta$  کدام است؟

۱. ۰.۱      ۲. ۰.۴۸      ۳. ۰.۵      ۴. ۰.۸

۱۱- شانس شیر آمدن با سکه ای برابر  $P$  می باشد. اگر بخواهیم فرض  $H_0: P = \frac{1}{2}$  را در مقابل فرض  $H_1: P = \frac{1}{4}$  آزمون کنیم و اگر در این مورد در چهار پرتاب مستقل، تعداد شیرهای مشاهده شده کمتر از دو باشد، فرض  $H_0$  را رد می کنیم. کدامیک درست است؟

۱. با مشاهده HHTT فرض  $H_0$  رد می شود.  
۲. خطای نوع دوم برابر یک است.  
۳. خطای نوع دوم برابر  $\frac{1}{4}$  است.  
۴. خطای نوع دوم بیش از  $\frac{1}{4}$  است.

۱۲- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$  یک نمونه تصادفی ۱۶ تایی از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  باشد. اگر بخواهیم آزمون  $H_0: \sigma^2 = 1$  را در مقابل  $H_1: \sigma^2 \neq 1$  انجام دهیم کدام گزینه برای توزیع آماره آزمون (تحت فرض صفر) صحیح است؟

۱. تی با ۱۶ درجه آزادی      ۲. تی با ۱۵ درجه آزادی  
۳. خی دو با ۱۵ درجه آزادی      ۴. خی دو با ۱۶ درجه آزادی

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۷۸

۱۳- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_9$  یک نمونه تصادفی ۹ تایی از جمعیتی با توزیع  $B(1, P)$  باشد. اگر برای انجام آزمون

$H_1: P = \frac{1}{2}$  در مقابل  $H_0: P = \frac{1}{4}$  ناحیه بحرانی به فرم  $\sum_{i=1}^9 x_i \geq 6$  باشد، احتمال خطای نوع اول کدام است؟

۱. ۰.۰۰۱      ۲. ۰.۰۱      ۳. ۰.۰۵      ۴. ۰.۱

۱۴- فرض کنید  $X$  دارای توزیع دو جمله ای با پارامترهای ۵ و  $P$  باشد. علاقمند به آزمون  $H_0: P = \frac{1}{2}$  در مقابل  $H_1: P \neq \frac{1}{2}$

هستیم، اگر ملاک رد فرض  $H_0$ ،  $5 \leq x$  باشد، احتمال خطای نوع اول کدام است؟

۱.  $\frac{1}{16}$       ۲.  $\frac{1}{64}$       ۳.  $\frac{1}{32}$       ۴.  $\frac{1}{8}$

۱۵- فرض کنید  $X$  دارای توزیع خی دو با  $n$  درجه آزادی باشد، اگر  $n$  خیلی بزرگ باشد،  $P(X \geq n)$  تقریباً برابر کدام عدد است؟

۱. صفر      ۲. ۰.۵      ۳. ۱      ۴. ۰.۲۵

۱۶- اگر  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$  یک نمونه تصادفی از جامعه نرمال با میانگین ۱ و واریانس ۴ باشد و اگر  $\bar{X}$ ،  $S^2$  به ترتیب میانگین و واریانس نمونه باشند،  $E(\bar{X}S^2)$  برابر است با:

۱. ۱      ۲. ۴      ۳. ۰.۵      ۴. ۰.۲۵

۱۷- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی  $n$  تایی از توزیع  $N(\mu, \sigma^2)$  باشد. در اینصورت مقدار

$$P[(\bar{X} - \mu)S^2 > 0]$$

چقدر است؟

۱. صفر      ۲. ۰.۲۵      ۳. ۰.۵      ۴. ۱

۱۸- متغیر تصادفی پیوسته  $X$  دارای توزیع یکنواخت در فاصله صفر تا یک است. اگر یک نمونه تصادفی سه تایی از این متغیر بگیریم، واریانس میانگین نمونه برابر است با:

۱.  $\frac{1}{36}$       ۲.  $\frac{1}{12}$       ۳.  $\frac{1}{4}$       ۴.  $\frac{1}{6}$

۱۹- وقتی از یک جامعه محدود نمونه می گیریم، انحراف معیار میانگین نمونه چه تغییری پیدا می کند، اگر اندازه نمونه از ۲۰۰ به ۱۰۰ کاهش یابد؟

۱.  $\sqrt{2}$  برابر می شود.      ۲. به  $\sqrt{2}$  تقسیم می شود.

۳. ۲ برابر می شود.      ۴. تغییری نمی کند.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۷۸

۲۰- یک نمونه تصادفی  $\delta$  تایی از یک توزیع گاما با تابع چگالی  $f(x) = \frac{1}{6}x^3e^{-x}$ ,  $x > 0$  گرفته شده است. واریانس  $\bar{X}$  کدام است؟

۱. ۸      ۲. ۴      ۳.  $\frac{4}{6}$       ۴.  $\frac{4}{5}$

۲۱- محقق برای جمع آوری اطلاعات و برآورد میانگین یک صفت از یک جامعه با واریانس  $\sigma^2 = 25$ ، چه تعداد نمونه باید انتخاب کند تا با اطمینان ۹۵ درصد خطای برآورد حداکثر یک باشد؟

۱. ۶۸      ۲. ۷۹      ۳. ۸۶      ۴. ۹۷

۲۲- متغیر  $X$  مطابق توزیع نرمال با امید ریاضی  $\mu$  و واریانس ۱۰۰ توزیع شده است. برای تخمین زدن پارامتر  $\mu$  نمونه تصادفی به اندازه  $n$  گرفته می شود. برای آنکه حداکثر خطا از ۲ تجاوز نکند و ضریب اطمینان از ۹۵ درصد کمتر نباشد، حجم نمونه ( $n$ ) چقدر باشد؟

۱. ۱۰۸      ۲. ۹۷      ۳. ۱۱۲      ۴. ۸۰

۲۳- به منظور ارزیابی نسبت خانوارهای کم درآمد در یک منطقه، تعداد ۱۰۰ خانوار به تصادف انتخاب شده اند که بین آنها ۲۰ خانوار جزء خانوارهای کم درآمد بوده اند. حداکثر خطای برآورد در سطح اطمینان ۹۵ درصد تقریباً کدام است؟

۱. ۰.۰۸      ۲. ۰.۱۹۶      ۳. ۰.۱۹۶      ۴. ۰.۰۲۵

۲۴- اگر بازه اطمینان برای تفاضل نسبتهای دو جامعه با اطمینان ۹۵ درصد به صورت  $0.5 < p_1 - p_2 < 0.85$  باشد، آنگاه کدام نتیجه را می توان گرفت؟

۱.  $p_1 = p_2$       ۲. دو جمعیت یکسانند.  
۳.  $p_1$  بزرگتر از  $p_2$  است.      ۴. نتیجه ای بدست نمی آید.

۲۵- جعبه ای شامل  $n$  مهره سفید و ۲ مهره سیاه است. بر اساس یک نمونه ۳ تایی فرض  $H_0: n = 2$  را در برابر  $H_1: n = 3$  آزمون می کنیم. اگر فرض صفر را با مشاهده حداقل دو مهره سفید رد کنیم، توان آزمون کدام است؟

۱.  $\frac{7}{10}$       ۲.  $\frac{3}{10}$       ۳.  $\frac{1}{10}$       ۴.  $\frac{6}{10}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۷۸

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- اگر  $X$  و  $Y$  دارای توزیع چند جمله ای

$$f(x, y) = \binom{n}{x, y, n-x-y} \theta_1^x \theta_2^y (1-\theta_1-\theta_2)^{n-x-y}, x=0,1,\dots,n, y=0,1,\dots,n$$

شرط  $x+y \leq n$  باشند، معادله رگرسیون  $Y$  روی  $X$  را بیابید؟

۱.۴۰ نمره

۲- مشاهده ای واحد از متغیری تصادفی دارای توزیع فوق هندسی با  $N=7$  و  $n=2$  برای آزمون صفر  $k=2$  در برابر فرض مقابل  $k=4$  به کار می رود. اگر فرض صفر وقتی و فقط وقتی رد شود که مقدار مشاهده شده متغیر تصادفی دو است، احتمال خطاهای نوع اول و دوم را بیابید؟

۱.۴۰ نمره

۳- اگر  $W_1, W_2, \dots, W_n$  و  $V_1, V_2, \dots, V_n$  نمونه های تصادفی مستقل از جامعه های نرمال با میانگین های  $\mu_1 = \alpha + \beta$  و  $\mu_2 = \alpha - \beta$  و واریانس مشترک  $\sigma^2 = 1$  باشند، برآوردکننده های درستنمایی ماکزیمم  $\alpha$  و  $\beta$  را پیدا کنید؟

۱.۴۰ نمره

۴- میانگین و واریانس توزیع نمونه گیری  $Y_1$  را برای نمونه های تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه یکنواخت پیوسته ای با  $\alpha=0, \beta=1$  پیدا کنید؟

۱.۴۰ نمره

۵- اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  متغیرهای تصادفی مستقل باشند که توزیع نمایی با پارامتر  $\theta$  دارند، آنگاه  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  دارای چه توزیعی است؟

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

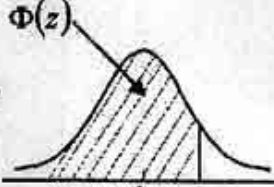
تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۷۸

جدول ۲. توزیع نرمال استاندارد

$$P(Z \leq z) = \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$


z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Selected Upper Percentage Points

Tail probability x	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
Upper percentage	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576
Point z (x)					