

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵ قشری: ۶۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ قشری: ۵

عنوان درس: جبرا، مبانی جبر

رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۳۷ - ، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۱- کدام یک از اعمال زیر برابر Z^+ یک عمل دوتایی نیست؟

$$\forall a,b \in Z^+, a * b = ab \quad .\cdot ۲$$

$$\forall a,b \in Z^+, a * b = a + b \quad .\cdot ۱$$

$$\forall a,b \in Z^+, a * b = \frac{a}{b} \quad .\cdot ۴$$

$$\forall a,b \in Z^+, a * b = a^3 + b^3 + 1 \quad .\cdot ۳$$

۲- کدام یک از اعمال زیر شرکت پذیر است؟

$$a * b = ab - 2 \quad .\cdot ۴$$

$$a * b = 2ab \quad .\cdot ۳$$

$$a * b = 2(a + b) \quad .\cdot ۲$$

$$a * b = a - b \quad .\cdot ۱$$

۳- گروه $(G, *)$ و $x, y \in G$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

$$(x * y)^{-1} = y * x \quad .\cdot ۲$$

$$(x * y)^{-1} = (y * x)^{-1} \quad .\cdot ۱$$

$$(x * y)^{-1} = y^{-1} * x^{-1} \quad .\cdot ۴$$

$$(x * y)^{-1} = x^{-1} * y^{-1} \quad .\cdot ۳$$

۴- جواب معادله $\bar{1} = \bar{2} \oplus \bar{x} \oplus \bar{7}$ در گروه (Z_{12}, \oplus) کدام است؟

$$\bar{4} \quad .\cdot ۲$$

$$\bar{0} \quad .\cdot ۱$$

۴. این معادله جوابی در Z_{12} ندارد.

$$\bar{2} \quad .\cdot ۳$$

۵- فرض کنید G یک گروه و $x \in G$ از مرتبه n باشد. گزینه نادرست کدام است؟

$$. n | 4 \quad \text{اگر } x^4 = e \quad .\cdot ۲$$

$$o(x^{-1}) = n \quad .\cdot ۱$$

$$. o(x^m) = \frac{n}{d} \quad \text{اگر } (n, m) = d \quad .\cdot ۴$$

۳. مرتبه هر توانی از x نیز n است.

۶- فرض کنید G یک گروه دوری با مولد x باشد. کدام گزینه در مورد گروه G نادرست است.

۱. تمام زیرگروه های G دوری هستند.

۲. گروه G آبلی است.

۳. هر زیرگروه G چون H مولدی مانند x^n دارد که در آن n کوچکترین عدد صحیح مثبتی است که $x^n \in H$

۴. گروهی نامتناهی است.

۷- مرتبه عضو $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{2})$ در $Z_4 \times Z_9 \times Z_{20}$ برابر است با:

$$720 \quad .\cdot ۴$$

$$30 \quad .\cdot ۳$$

$$12 \quad .\cdot ۲$$

$$1 \quad .\cdot ۱$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۱، مبانی جبر

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۳۷ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

- کدام یک از گروه های زیر دوری است؟

$$Z_2 \times Z_3$$

$$Z_{10} \times Z_7 \times Z_{15}$$

$$Q$$

$$K_4$$

-۹ تجزیه جایگشت $\begin{pmatrix} 12345678 \\ 42761835 \end{pmatrix}$ به صورت حاصل ضرب دورهای از هم جدا کدام است؟

$$(37)(85)$$

$$(142)(37)(85)$$

$$(37)(1468)$$

$$(14685)(37)$$

-۱۰ کدام یک از جایگشت های زیر در S_5 یک جایگشت فرد است؟

$$(2345)$$

$$(325)$$

$$2. \text{ جایگشت همانی}$$

$$1. (12345)$$

-۱۱ تعداد هم مجموعه های یک زیرگروه ۸ عضوی از یک گروه ۲۴ عضوی کدام است؟

$$1. 4$$

$$2. 4$$

$$3. 2$$

$$4. 1$$

-۱۲ گروه G را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

۱. هر زیرگروه از Z(G) در G نرمال است.

۴. اگر هر زیرگروه از G نرمال باشد آنگاه G آبلی است.

۳. اگر G آبلی باشد آنگاه هر زیرگروه آن نرمال است.

-۱۳ فرض کنید $G \rightarrow H$: یک همسانی باشد. در این صورت کدام گزینه در حالت کلی نادرست است؟

$$\varphi(e_G) = e_H$$

$$2. \text{ برای هر } x \in G \text{ و هر عدد صحیح } n \in \mathbb{Z} \text{ داشته باشیم } \varphi(x^n) = (\varphi(x))^n.$$

$$3. \text{ اگر } o(\varphi(x)) | n \text{ آنگاه } o(x) = n.$$

$$4. \text{ برای هر } x \in G \text{ داشته باشیم } o(\varphi(x)) = o(x).$$

-۱۴ فرض کنید $K \rightarrow G$: یک همسانی گروهی باشد. کدام گزینه در حالت کلی برقرار نیست? $\varphi^{-1}(J) \subset \varphi^{-1}(H)$ تصویر معکوس J تحت نگاشت φ است.

$$2. \text{ اگر } K \triangleleft G \text{ آنگاه } \varphi(H) \leq K.$$

$$1. \text{ اگر } H \leq K \text{ آنگاه } \varphi(H) \triangleleft K.$$

$$4. \text{ اگر } K \triangleleft G \text{ آنگاه } \varphi(H) \triangleleft \varphi(K).$$

$$3. \text{ اگر } H \triangleleft G \text{ آنگاه } \varphi(H) \triangleleft K.$$



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبرا، مبانی جبر

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۳۷ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۱۵ - فرض کنید G گروهی از مرتبه ۱۵ ، H زیرگروهی از مرتبه ۳ و K زیرگروه نرمال از مرتبه ۵ باشد. کدام گزینه نادرست است؟

$$|HK|=1 \quad .\quad ۴$$

$$H \cap K = \{e\} \quad .\quad ۳$$

$$G \cong HK \quad .\quad ۲$$

$$|HK|=15 \quad .\quad ۱$$

۱۶ - کدام گزینه نادرست است؟

۱. عضو a در (Z_n, \oplus, \otimes) یکه است هر گاه $a=1 \cdot (a, n)=1$

۲. اگر $a=1 \cdot (a, n)=1$ آنگاه عضو a در (Z_n, \oplus, \otimes) یکه است.

۳. هر عضو در Z_n یک مقسوم عليه صفر است.

۴. هر عضو در Z_n یا یک یکه است یا یک مقسوم عليه صفر.

۱۷ - حلقه R و ایده آل I در آن را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر حلقه R تعویض پذیر باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ نیز تعویض پذیر است.

۲. اگر حلقه R دارای عنصر یکه ۱ باشد آنگاه $I+1$ عنصر یکه $\frac{R}{I}$ است.

۳. اگر R قلمرو صحیح باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ نیز قلمرو صحیح است.

۴. اگر حلقه R تعویض پذیر و با عنصر یکه I یک ایده آل اول باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ یک قلمرو صحیح است.

۱۸ - کدام یک از حلقه های زیر یک قلمرو صحیح است؟

$$\frac{Z}{4Z} \quad .\quad ۴$$

$$Z_8 \quad .\quad ۳$$

$$Z_5 \quad .\quad ۲$$

$$\frac{Z}{6Z} \quad .\quad ۱$$



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبرا، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۳۷ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۱۹- حلقه تعویض پذیر R با عنصر یکه و ایده آل I از آن را در نظر بگیرید. گزینه نادرست کدام است؟

۱. ایده آل I ماقسیمال است اگر و تنها اگر $\frac{R}{I}$ میدان باشد.

۲. اگر ایده آل I ماقسیمال باشد آنگاه I یک ایده آل اول است.

۳. اگر ایده آل I ماقسیمال باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ یک قلمرو صحیح است.

۴. اگر ایده آل I ماقسیمال باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ قلمرو صحیح متناهی است.

۲۰- فرض کنید $n \geq 1$ با ضابطه $\varphi(x) = \bar{x}$ $\varphi: (Z, +, \cdot) \rightarrow (Z_n, \oplus, \otimes)$ تعریف شود. آنگاه هسته این همربختی برابر است با:

$$\{0\} . ۴$$

$$nZ . ۳$$

$$Z_n . ۲$$

$$Z . ۱$$

سوالات تشریحی

۱- نشان دهید که هر گروه دوری یک گروه آبلی است. با ذکر یک مثال نشان دهید که هر گروه آبلی لزوماً دوری نیست.

۲- ثابت کنید هر گروه از مرتبه عدد اول p دوری است.

۳- همربختی $(\varphi: S_n \rightarrow \{-1, 1\}, \varphi(f) = \begin{cases} 1, & \text{ازوج} \\ -1, & \text{فرد} \end{cases})$ با ضابطه تعریف $\varphi(f)$ را در نظر بگیرید. نشان دهید

A_n که در آن $\frac{S_n}{A_n} \cong \{-1, 1\}$ گروه جایگشت های زوج است.

۴- فرض کنید R یک حلقه و $a, b, c \in R$ به طوری که a یک مقسوم علیه صفر نیست. در این صورت نشان دهید که اگر $b = c$ آنگاه $ab = ac$.

۵- ثابت کنید که در یک حلقه تعویض پذیر R با عنصر یکه، اگر ایده آل I یک ایده آل ماقسیمال باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ یک میدان است و از آنجا نتیجه بگیرید که I یک ایده آل اول است.