



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر، مبنای جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵)

۱- کدام یک از اعمال زیر بر  $Z^+$  یک عمل دوتایی نیست؟

۲.  $\forall a, b \in Z^+, a * b = ab$

۱.  $\forall a, b \in Z^+, a * b = a + b$

۴.  $\forall a, b \in Z^+, a * b = \frac{a}{b}$

۳.  $\forall a, b \in Z^+, a * b = a^3 + b^3 + 1$

۲- کدام یک از اعمال زیر شرکت پذیر است؟

۴.  $a * b = ab - 2$

۳.  $a * b = 2ab$

۲.  $a * b = 2(a + b)$

۱.  $a * b = a - b$

۳- گروه  $(G, *)$  و  $x, y \in G$  را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۲.  $(x * y)^{-1} = y * x$

۱.  $(x * y)^{-1} = (y * x)^{-1}$

۴.  $(x * y)^{-1} = y^{-1} * x^{-1}$

۳.  $(x * y)^{-1} = x^{-1} * y^{-1}$

۴- جواب معادله  $\bar{2} \oplus \bar{x} \oplus \bar{7} = \bar{1}$  در گروه  $(Z_{12}, \oplus)$  کدام است؟

۲.  $\bar{4}$

۱.  $\bar{0}$

۴. این معادله جوابی در  $Z_{12}$  ندارد.

۳.  $\bar{2}$

۵- فرض کنید  $G$  یک گروه و  $x \in G$  از مرتبه  $n$  باشد. گزینه نادرست کدام است؟

۲. اگر  $x^4 = e$  آنگاه  $n \mid 4$ .

۱.  $o(x^{-1}) = n$

۴. اگر  $(n, m) = d$  آنگاه  $o(x^m) = \frac{n}{d}$ .

۳. مرتبه هر توانی از  $x$  نیز  $n$  است.

۶- فرض کنید  $G$  یک گروه دوری با مولد  $x$  باشد. کدام گزینه در مورد گروه  $G$  نادرست است.

۱. تمام زیرگروه های  $G$  دوری هستند.

۲. گروه  $G$  آبلی است.

۳. هر زیر گروه  $G$  چون  $H$  مولدی مانند  $x^n$  دارد که در آن  $n$  کوچکترین عدد صحیح مثبتی است که  $x^n \in H$ .

۴.  $G$  گروهی نامتناهی است.

۷- مرتبه عضو  $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{2})$  در  $Z_4 \times Z_9 \times Z_{20}$  برابر است با:

۴. 720

۳. 30

۲. 12

۱. 1



تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵، تشریحی: ۶۵ سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۸- کدام یک از گروه های زیر دوری است؟

۲.  $Z_2 \times Z_3$

۱.  $Z_{10} \times Z_7 \times Z_{15}$

۴.  $Q$

۳.  $K_4$

۹- تجزیه جایگشت  $\begin{pmatrix} 12345678 \\ 42761835 \end{pmatrix}$  به صورت حاصل ضرب دورهای از هم جدا کدام است؟

۴.  $(37)(85)$

۳.  $(142)(37)(85)$

۲.  $(37)(1468)$

۱.  $(14685)(37)$

۱۰- کدام یک از جایگشت های زیر در  $S_5$  یک جایگشت فرد است؟

۴.  $(2345)$

۳.  $(325)$

۲. جایگشت همانی

۱.  $(12345)$

۱۱- تعداد هم مجموعه های یک زیرگروه ۸ عضوی از یک گروه ۲۴ عضوی کدام است؟

۴. ۱

۳. ۲۴

۲. ۸

۱. ۳

۱۲- گروه  $G$  را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

۲.  $Z(G)$  همواره یک زیرگروه نرمال  $G$  است.

۱. هر زیرگروه از  $Z(G)$  در  $G$  نرمال است.

۴. اگر هر زیرگروه از  $G$  نرمال باشد آنگاه  $G$  آبلی است.

۳. اگر  $G$  آبلی باشد آنگاه هر زیرگروه آن نرمال است.

۱۳- فرض کنید  $\varphi: G \rightarrow H$  یک همسانی باشد. در این صورت کدام گزینه در حالت کلی نادرست است؟

۱.  $\varphi(e_G) = e_H$

۲. برای هر  $x \in G$  و هر عدد صحیح  $n$ ،  $\varphi(x^n) = (\varphi(x))^n$

۳. اگر  $o(x) = n$  آنگاه  $o(\varphi(x)) \mid n$

۴. برای هر  $x \in G$ ،  $o(\varphi(x)) = o(x)$

۱۴- فرض کنید  $\varphi: G \rightarrow K$  یک همسانی گروهی باشد. کدام گزینه در حالت کلی برقرار نیست؟  $\varphi^{-1}(J)$  تصویر معکوس  $J$  تحت نگاشت  $\varphi$  است.

۲. اگر  $J \triangleleft K$  آنگاه  $\varphi^{-1}(J) \triangleleft G$

۱. اگر  $H \leq G$  آنگاه  $\varphi(H) \leq K$

۴. اگر  $J \leq K$  آنگاه  $\varphi^{-1}(J) \leq G$

۳. اگر  $H \triangleleft G$  آنگاه  $\varphi(H) \triangleleft K$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵ تشریحی: ۶۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۳۷) - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۱۵- فرض کنید  $G$  گروهی از مرتبه ۱۵،  $H$  زیرگروهی از مرتبه ۳ و  $K$  زیرگروه نرمال از مرتبه ۵ باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱.  $|HK| = 15$       ۲.  $G \cong HK$       ۳.  $H \cap K = \{e\}$       ۴.  $|HK| = 1$

۱۶- کدام گزینه نادرست است؟

۱. عضو  $a$  در  $(Z_n, \oplus, \otimes)$  یکه است هر گاه  $(a, n) = 1$ .

۲. اگر  $(a, n) = 1$  آنگاه عضو  $a$  در  $(Z_n, \oplus, \otimes)$  یکه است.

۳. هر عضو در  $Z_n$  یک مقسوم علیه صفر است.

۴. هر عضو در  $Z_n$  یا یک یکه است یا یک مقسوم علیه صفر.

۱۷- حلقه  $R$  و ایده آل  $I$  در آن را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر حلقه  $R$  تعویض پذیر باشد آنگاه  $\frac{R}{I}$  نیز تعویض پذیر است.

۲. اگر حلقه  $R$  دارای عنصر یکه ۱ باشد آنگاه  $1+I$  عنصر یکه  $\frac{R}{I}$  است.

۳. اگر  $R$  قلمرو صحیح باشد آنگاه  $\frac{R}{I}$  نیز قلمرو صحیح است.

۴. اگر حلقه  $R$  تعویض پذیر و با عنصر یکه  $I$  یک ایده آل اول باشد آنگاه  $\frac{R}{I}$  یک قلمرو صحیح است.

۱۸- کدام یک از حلقه های زیر یک قلمرو صحیح است؟

۱.  $\frac{Z}{6Z}$       ۲.  $Z_5$       ۳.  $Z_8$       ۴.  $\frac{Z}{4Z}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵، تشریحی: ۶۵ سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبنای جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۱۹- حلقه تعویض پذیر  $R$  با عنصر یکه و ایده آل  $I$  از آن را در نظر بگیرید. گزینه نادرست کدام است؟

۱. ایده آل  $I$  ماکسیمال است اگر و تنها اگر  $\frac{R}{I}$  میدان باشد.

۲. اگر ایده آل  $I$  ماکسیمال باشد آنگاه  $I$  یک ایده آل اول است.

۳. اگر ایده آل  $I$  ماکسیمال باشد آنگاه  $\frac{R}{I}$  یک قلمرو صحیح است.

۴. اگر ایده آل  $I$  ماکسیمال باشد آنگاه  $\frac{R}{I}$  قلمرو صحیح متناهی است.

۲۰- فرض کنید  $n \geq 1$ ،  $\phi: (Z, +, \cdot) \rightarrow (Z_n, \oplus, \otimes)$ ، با ضابطه  $\phi(x) = \bar{x}$  تعریف شود. آنگاه هسته این همریختی برابر است با:

۱.  $Z$       ۲.  $Z_n$       ۳.  $nZ$       ۴.  $\{0\}$

### سوالات تشریحی

۱- نشان دهید که هر گروه دوری یک گروه آبدی است. با ذکر یک مثال نشان دهید که هر گروه آبدی لزوماً دوری نیست. ۱.۴۰ نمره

۲- ثابت کنید هر گروه از مرتبه عدد اول  $p$  دوری است. ۱.۴۰ نمره

۳- همریختی  $\phi: S_n \rightarrow (\{-1, 1\}, \cdot)$  با ضابطه تعریف  $\phi(f) = \begin{cases} 1, & \text{زوج } f \\ -1, & \text{فرد } f \end{cases}$  را در نظر بگیرید. نشان دهید  $\frac{S_n}{A_n} \cong \{-1, 1\}$  که در آن  $A_n$  گروه جایگشت های زوج است. ۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید  $R$  یک حلقه و  $a, b, c \in R$  به طوری که  $a$  یک مقسوم علیه صفر نیست. در این صورت نشان دهید که اگر  $ab = ac$  آنگاه  $b = c$ . ۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید که در یک حلقه تعویض پذیر  $R$  با عنصر یکه، اگر ایده آل  $I$  یک ایده آل ماکسیمال باشد آنگاه  $\frac{R}{I}$  یک میدان است و از آنجا نتیجه بگیرید که  $I$  یک ایده آل اول است. ۱.۴۰ نمره