



تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰، تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر خطی، مبنای ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۰ -، علوم کامپیوتر، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۰ -، مهندسی برق گرایش کنترل، مهندسی صنایع، مهندسی برق - گرایش مخابرات ۱۱۱۱۴۳۵ -

۱- فرم پلکانی تحویل یافته ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$       ۲.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$       ۳.  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$       ۴.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

۲- ماتریس افزوده یک دستگاه معادلات خطی به صورت  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  می باشد. کدام گزینه در مورد جواب های این دستگاه معادلات درست است؟

۱. بیشمار جواب دارد      ۲. جواب یکتا دارد      ۳. جواب ندارد      ۴. هیچکدام

۳- اگر  $A, B$  ماتریس های قطری با اندازه های یکسان و  $C$  یک اسکالر باشد، کدام گزینه درست است؟

۱.  $A+B$  قطری است      ۲.  $C.A$  قطری است      ۳.  $AB$  قطری است      ۴. هر سه مورد

۴- درجه پوچی ماتریس پوچ توان  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$  برابر است با:

۱. ۱      ۲. ۳      ۳. ۲      ۴. صفر

۵- اگر  $A' = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  و  $B' = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  باشد، آن گاه  $(AB)'$  برابر است با:

۱.  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$       ۲.  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$       ۳.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$       ۴.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

۶- اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a+1 & -1 & 1 \\ 0 & a & 2 \\ 0 & 0 & a-1 \end{bmatrix}$  معکوس پذیر باشد، آن گاه کدام گزینه در مورد  $a$  درست است؟

۱.  $a \neq 0$       ۲.  $a \neq 1$       ۳.  $a \neq -1$       ۴. هر سه مورد

۷- در ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$  همسازه درایه  $a_{33}$  برابر است با:

۱. -2      ۲. -6      ۳. 6      ۴. 2



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۰ - علوم کامپیوتر، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی صنایع، مهندسی برق - گرایش مخابرات ۱۱۱۱۴۳۵

۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$  آن گاه  $\det(A^{-1})$  برابر است با:

۱. 4      ۲.  $-\frac{1}{4}$       ۳. وجود ندارد      ۴.  $\frac{1}{4}$

۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  ماتریس تبدیل خطی  $T: R^2 \rightarrow R^2$  باشد، آن گاه حاصل  $T(1,2)$  برابر است با:

۱. (3,7)      ۲. (7,3)      ۳. (-7,3)      ۴. (-3,7)

۱۰- فرض کنید  $V$  فضای برداری ماتریس های  $2 \times 2$  با درایه های حقیقی باشد. کدام گزینه زیر فضای  $V$  است؟

۱.  $\left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix} : a, b \in R \right\}$       ۲.  $\left\{ \begin{bmatrix} 0 & b \\ a & -1 \end{bmatrix} : a, b \in R \right\}$

۳.  $\left\{ \begin{bmatrix} 1 & b \\ a & 1 \end{bmatrix} : a, b \in R \right\}$       ۴.  $\left\{ \begin{bmatrix} 0 & b \\ a & 0 \end{bmatrix} : a, b \in R \right\}$

۱۱- در فضای ضرب داخلی  $P_n$  توابع  $f(x) = 5x^2$  و  $g(x) = 3x$  را در نظر بگیرید. کسینوس زاویه بین آنها برابر است با:

۱.  $\frac{\sqrt{5}}{4}$       ۲.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       ۳.  $\frac{1}{4}$       ۴.  $\frac{\sqrt{15}}{4}$

۱۲- در فضای برداری ماتریس های  $2 \times 2$  با درایه های حقیقی، کدام ماتریس در فضای تولید شده توسط ماتریس های

$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  قرار دارد؟

۱.  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$       ۲.  $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$       ۳.  $\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$       ۴.  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

۱۳- در فضای ضرب داخلی  $P_n$ ، حاصل ضرب داخلی توابع  $f(x) = x$  و  $g(x) = 3x - 2$  برابر است با:

۱. صفر      ۲. 1      ۳. -1      ۴.  $\frac{1}{2}$

۱۴- به ازای چه مقداری از  $t$  مجموعه  $\{(-1,2), (t,-4)\}$  وابسته خطی است؟

۱. -2      ۲. -1      ۳. 1      ۴. 2



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) - ۱۱۱۱۰۴۰، علوم کامپیوتر، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۰، مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی صنایع، مهندسی برق - گرایش مخابرات ۱۱۱۱۴۳۵

۱۵- پوچی ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  برابر است با:

۱. ۲      ۲. ۳      ۳. صفر      ۴. ۱

۱۶- کدام گزینه در مورد ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$  درست است؟

۱. متعامد است      ۲. معکوس پذیر است      ۳.  $A^{-1} = A^t$       ۴. هر سه مورد

۱۷- رتبه ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  برابر است با:

۱. ۱      ۲. ۳      ۳. ۲      ۴. صفر

۱۸- مختصات بردار  $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  نسبت به پایه  $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$  در فضای برداری  $R^2$  کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$       ۲.  $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$       ۳.  $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$       ۴.  $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

۱۹- معادله ی مشخصه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  برابر است با:

۱.  $\lambda^2 - 3\lambda$       ۲.  $\lambda^2 - 3\lambda + 2$       ۳.  $\lambda^2 - 2\lambda + 3$       ۴.  $\lambda^2 - 2\lambda$

۲۰- مقادیر ویژه ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$  کدامند؟

۱.  $0, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}$       ۲.  $0, \frac{3}{4}, 0$       ۳.  $\frac{3}{4}, 1, \frac{1}{2}$       ۴.  $0, 1, 0$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۰ - علوم کامپیوتر، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی صنایع، مهندسی برق - گرایش مخابرات ۱۱۱۱۴۳۵

### سوالات تشریحی

- ۱- بردارهای مستقل خطی  $v_1 = (8, 1, 5, 6)$  و  $v_2 = (4, 0, 5, 8)$  و  $v_3 = (1, 2, 0, 3)$  در فضای  $R^4$  زیر فضای  $V$  را تولید می کنند. یک پایه متعامد یکه برای  $V$  بسازید. ۱.۴۰ نمره
- ۲- فرض کنید  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  یک پایه برای فضای برداری  $V$  باشد. هر گاه  $\{w_1, w_2, \dots, w_m\}$  مجموعه ای با بیش از  $n$  بردار در  $V$  باشد، آن گاه این مجموعه وابسته خطی است. ۱.۴۰ نمره
- ۳- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی  $n \times n$  باشند، ثابت کنید  $tr(AB) = tr(BA)$ . ۱.۴۰ نمره
- ۴- فرض کنید  $A$  ماتریس مربع و  $\det(A) \neq 0$  ثابت کنید  $A$  معکوس پذیر بوده و  $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} adj(A)$ . ۱.۴۰ نمره
- ۵- عملگر خطی  $T(x, y) = (2x, x + y)$  روی  $R^2$  را در نظر بگیرید. ماتریس  $T$  نسبت به پایه استاندارد  $B = \{(1, 0), (0, 1)\}$  از  $R^2$  را بیابید و آن را  $A$  بنامید. ماتریس  $T$  نسبت به پایه  $B' = \{(-2, 3), (1, -1)\}$  از  $R^2$  را نیز یافته و آن را  $A'$  بنامید. ماتریس معکوس پذیر  $P$  را طوری بیابید که  $A' = P^{-1}AP$ . ۱.۴۰ نمره