



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۲

۱- کدام یک از گروه های زیر حل پذیر نیست؟

۱.  $D_{1394}$       ۲.  $S_{1394}$       ۳.  $Z_{1394}$       ۴.  $D_4$

۲- فرض کنید  $Q$  میدان اعداد گویا باشد. در این صورت  $Q[x]$

۱. یک میدان است.      ۲. حوزه ایده ال اصلی است.  
۳. حلقه بخشی است.      ۴. حوزه صحیح است اما حوزه ایده ال اصلی نیست.

۳- کدام یک از چند جمله ای های زیر اولیه است؟

۱.  $f_1(x) = 2 + 3x + 5x^2$       ۲.  $f_2(x) = 3x + 6x^2$   
۳.  $f_3(x) = 8 - 2x + 4x^2$       ۴.  $f_4(x) = 4 + 2x^3$

۴- کدام یک از حلقه های زیر میدان است؟

۱.  $\frac{F_{17}[x]}{(x^2-1)}$       ۲.  $\frac{F_{11}[x]}{(x^2-3)}$       ۳.  $\frac{F_5[x]}{(x^2+2)}$       ۴.  $\frac{F_7[x]}{(x^2-2)}$

۵- کدام یک از گزینه های زیر نمی تواند میدان کسره های حلقه  $R[i]$  باشد.

۱.  $C$       ۲.  $R$       ۳.  $R[i]$       ۴.  $R(i)$

۶- کدام یک از چند جمله ای های زیر در حلقه  $Q[x]$  تحویل پذیر است؟

۱.  $x^3 + 2x + 1$       ۲.  $3x^5 + 2x^4 - x^2 + 5$   
۳.  $4x^3 - x^2 + 7$       ۴.  $x^3 + x^2 + x + 1$

۷- اگر  $Q$  میدان اعداد گویا و  $w$  ریشه چهارم حقیقی مثبت عدد ۲ باشد در آن صورت  $[Q(w):Q]$  کدام است؟

۱. ۱      ۲. ۲      ۳. ۳      ۴. ۴

۸- چند جمله ای مینیمال  $\alpha = \sqrt{2}$  روی  $Q$  کدام است؟

۱.  $x^2 - 2$       ۲.  $x^2 + 2$       ۳.  $x^2 + \sqrt{2}$       ۴.  $x^2 - \sqrt{2}$

۹-  $[Q(\sqrt{2}, \sqrt{3}):Q]$  کدام است؟

۱. ۱      ۲. ۲      ۳. ۳      ۴. ۴

۱۰- مرتبه گروه  $R$  خودریختی های  $C$  برابر است با:

۱. ۱      ۲. ۲      ۳. ۳      ۴. ۴



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۲

۱۱- فرض کنید  $K < E < F$  باشد. در این صورت:

۱.  $[E : K]$  متناهی است اگر و تنها اگر  $[F : E]$  و  $[F : K]$  متناهی باشند.
۲.  $[F : E]$  متناهی است اگر و تنها اگر  $[E : K]$  و  $[F : K]$  متناهی باشند.
۳.  $[F : K]$  متناهی است اگر و تنها اگر  $[F : E]$  و  $[E : K]$  متناهی باشند.
۴.  $[F : E]$  متناهی است اگر و تنها اگر  $[E : K]$  متناهی باشند.

۱۲- اگر  $F$  یک میدان متناهی با مشخصه عدد ۷ باشد آنگاه  $F$  می تواند داری چند عضو باشد؟

۱. ۶      ۲. ۸      ۳. ۱۴      ۴. ۴۹

۱۳- تعداد خودریختی های  $F = Q(\sqrt[3]{2})$  برابر است با:

۱. صفر      ۲. ۱      ۳. ۲      ۴. ۳

۱۴- میدان  $F = Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$  با کدامیک از میدانهای زیر برابر است؟

۱.  $Q(\sqrt{3}, i)$       ۲.  $Q(\sqrt{2}, i)$       ۳.  $Q(\sqrt{2} + \sqrt{3})$       ۴.  $Q(\sqrt{6})$

۱۵- فرض کنید  $K < F$  و  $G = Gal_K^F$  و  $K < L < F$  باشند. اگر  $H$  زیرگروهی از  $G$  باشند در این صورت

۱.  $L = L''$       ۲.  $L = L'''$       ۳.  $H = H''$       ۴.  $H = H'''$

۱۶- اگر  $F = Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$  باشد آنگاه گروه گالوای  $Gal_Q^F$  با کدام گروه یکرخت است؟

۱.  $Z_4$       ۲. گروه کلاین  $K_4$       ۳.  $Z_2$       ۴.  $Z_2 \times Z_2$

۱۷- اگر  $w = \sqrt[3]{2}$  و  $\alpha$  یک ریشه سوم اولیه واحد روی  $Q$  باشد و همچنین  $F = Q(w, \alpha)$  و  $G = Gal_Q^F$  آنگاه کدام

گزینه نادرست است؟

۱.  $F$  میدان شکافنده  $x^3 - 2$  روی  $Q$  می باشد.      ۲. میدان  $Q$  در  $F$  بسته است.
۳.  $G \cong Z_6$       ۴.  $o(G) = [F : K]$

۱۸- گروه گالوای  $f(x) = x^5 - 2$  روی  $Q$  از مرتبه چند است؟

۱. ۱۴      ۲. ۱۵      ۳. ۱۲۰      ۴. ۱۵۰

۱۹- میدان شکافنده چند جمله ای  $f(x) = x^4 + 9$  روی میدان اعداد گویا برابر است با

۱.  $Q(\sqrt{3}, i)$       ۲.  $Q(\sqrt{3} \pm i)$       ۳.  $Q(\pm\sqrt{3} \pm i)$       ۴.  $Q(\sqrt{2}, i)$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۲

۲۰- کدام گزینه ساخت پذیر است؟

۱. هفت ضلعی منتظم

۲. مربعی که مساحتش با مساحت یک دایره مفروض برابر است.

$$۳. \theta = \frac{\pi}{9}$$

$$۴. \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

### سوالات تشریحی

۱- فرض کنید  $G$  یک گروه حل پذیر و  $K$  یک زیرگروه آن باشد. در این صورت نشان دهید  $K$  نیز گروهی حل پذیر است. ۱.۴۰ نمره

۲- نشان دهید حلقه  $\frac{R[x]}{(x^2+1)}$  یک میدان است. ۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید  $K$  یک میدان جبری بسته باشد. در این صورت نشان دهید اگر  $f \in K[x]$  چندجمله ای ناثابتی باشد آنگاه  $f$  در  $K$  دارای ریشه است. ۱.۴۰ نمره

۴- (قضیه اساسی جبر). نشان دهید میدان اعداد مختلط  $C$  جبری - بسته است. ۱.۴۰ نمره

۵- عدد ساخت پذیر را تعریف کرده و نشان دهید عدد  $\sqrt[3]{2}$  ساخت پذیر نیست. ۱.۴۰ نمره