



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۵ -، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری (۱۱۱۱۳۷۰)

۱- با فرض اینکه $S = \emptyset$ آنگاه τ_S (توپولوژی تولید شده توسط S) برابر اسا با:

۱. $\{X, \emptyset\}$ ۲. $\{\}$ ۳. $\{X\}$ ۴. $\{\emptyset\}$

۲- با فرض اینکه X مجموعه ای دلخواه، $A \subseteq X$ و $\tau = \{Y : A \subseteq Y \subseteq X\} \cup \{\emptyset\}$ آنگاه همه گزینه های زیر درست اند غیر از:

۱. τ یک توپولوژی در X است.
۲. اگر $A = \emptyset$ ، آنگاه τ توپولوژی گسسته در X است.
۳. اگر $A = X$ ، آنگاه τ توپولوژی ناگسسته در X است.
۴. هر زیرمجموعه دلخواه X در توپولوژی τ باز است.

۳- اگر (X, τ) یک فضای توپولوژیک باشد آنگاه کدامیک از گزینه های زیر درست است؟

۱. \emptyset در τ بسته نیست.
۲. اجتماع دلخواه مجموعه های بسته در X بسته است.
۳. τ زیرپایه خودش است.
۴. τ دارای زیر پایه ای با دو عضو است.

۴- اگر (X, τ) یک فضای توپولوژیک باشد آنگاه کدامیک از گزینه های زیر درست است؟

۱. همه زیر مجموعه های یک عضوی X تشکیل یک زیر پایه برای X می دهند.
۲. \emptyset یک پایه برای X است.
۳. همه زیر مجموعه های دو عضوی X تشکیل یک پایه برای X می دهند.
۴. $\{\emptyset\}$ یک پایه برای X است.

۵- اگر (X, τ) یک فضای توپولوژیک و A_i ها در آن باز باشند آنگاه:

۱. $\bigcup_{i \in I} (Int(A_i)) \subseteq Int(\bigcup_{i \in I} A_i)$ ۲. $\bigcap_{i \in I} (Int(A_i)) \subseteq Int(\bigcap_{i \in I} A_i)$

۳. $Int(\emptyset) = X$ ۴. $Int(A)$ مجموعه ای بسته است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۵ - ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری ۱۱۱۳۷۰

۶- با فرض اینکه $B \subseteq A$ و A زیر مجموعه هایی دلخواه از فضای X باشند در این صورت همه گزینه های زیر درست اند به غیر از:

$$\partial(A) = \partial(X - A) \quad .1 \quad \partial(X) = X \quad .2$$

$$Ext(A \cup B) = Ext(A) \cap Ext(B) \quad .3 \quad A \subseteq B \quad \text{اگر} \quad Ext(B) \subseteq Ext(A) \quad \text{آنگاه} \quad .4$$

۷- اگر X یک فضای توپولوژیک و Y زیرفضایی از آن باشد آنگاه همه گزاره های زیر درست اند به غیر از:

$$E \subseteq Y \quad \text{اگر} \quad Y \text{ بسته باشد، آنگاه مجموعه ای بسته مانند } F \text{ در } X \text{ وجود دارد به طوریکه } E = F \cap Y \quad .1$$

هرگاه V در Y باز باشد آنگاه X در V باز است. $.2$

هرگاه E در Y و Y در X بسته باشد، آنگاه E در X بسته است. $.3$

هرگاه V در Y و Y در X باز باشند آنگاه V در X باز است $.4$

۸- اگر d متریک مربعی در یک فضای توپولوژیک متری باشد آنگاه گوی $B(a, r)$ در آن برابر است با:

۱. مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز X و اندازه ضلع r $.1$

۲. مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز r و اندازه ضلع $2r$ $.2$

۳. مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز r و اندازه ضلع X $.3$

۴. مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز r و اندازه ضلع $2X$ $.4$

۹- اگر (X, d) یک فضای متریک و $A \subseteq X$ ، آنگاه به ازای هر $x \in A$ ، $d(x, A)$ با کدامیک از گزینه های زیر تعریف می شود؟

$$d(x, A) = \max\{d(x, y) : y \in A\} \quad .1 \quad d(x, A) = \min\{d(x, y) : y \in A\} \quad .2$$

$$d(x, A) = \sup\{d(x, y) : y \in A\} \quad .3 \quad d(x, A) = \inf\{d(x, y) : y \in A\} \quad .4$$

۱۰- در فضای متریک (X, d) گزاره $x \in \overline{A}$ با کدامیک از گزینه های زیر معادل است؟

۱. x یک نقطه درونی A است. $.1$

۲. x یک نقطه انباشتگی A است. $.2$

۳. x به A تعلق دارد. $.3$

۴. دنباله ای از نقاط A مانند $\{x_n\}$ وجود دارد به نحوی که $x_n \rightarrow x$. $.4$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۵ - ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری ۱۱۱۱۳۷۰

۱۱- اگر X و Y دو فضای توپولوژیک باشد و f تابعی بین آن دو باشد آنگاه:

۱. اگر f پیوسته باشد آنگاه f هر مجموعه باز در X را به مجموعه ای باز از Y می برد (می نگارد).

۲. اگر f پیوسته باشد آنگاه f هر مجموعه بسته در X را به مجموعه ای بسته از Y می برد (می نگارد).

۳. اگر f پیوسته باشد آنگاه f هر مجموعه بسته در Y را به مجموعه ای بسته از X برمی گرداند.

۴. اگر f هر مجموعه باز از X را به مجموعه ای باز از Y ببرد (بنگارد) آنگاه f پیوسته است.

۱۲- فرض کنید X فضای گسسته، Y فضایی دلخواه و $f: X \rightarrow Y$ تابعی بین این دو فضا باشد، آنگاه:

۱. f پیوسته است اگر و فقط اگر Y گسسته باشد.

۲. f در هیچ حالتی پیوسته نیست.

۱۳- فرض کنید که X و Y دو فضای دلخواه باشد آنگاه پیوستگی تابع $f: X \rightarrow Y$ با همه گزینه های زیر معادل است به غیر از:

۱. ازای هر مجموعه بسته F مانند F ، $f^{-1}[F]$ در X بسته است.

۲. به ازای هر زیر مجموعه دلخواه Y مانند B داریم؛ $f^{-1}[B] \subseteq f^{-1}[\bar{B}]$.

۳. به ازای هر زیر مجموعه دلخواه X مانند A داریم؛ $f[\bar{A}] \subseteq \overline{f[A]}$.

۴. به ازای هر زیر مجموعه باز X مانند A ، $f(A)$ در Y باز است.

۱۴- با کدامیک از شروط زیر تابع $f: X \rightarrow Y$ باز است اگر و فقط اگر بسته باشد؟

۱. f پوشا باشد.

۲. f ، ۱-۱ باشد.

۳. f ، یک تناظر ۱-۱ باشد.

۴. f ، پیوسته باشد.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۵)، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری ۱۱۱۳۷۰

۱۵- با فرض تابع $f: [0,1) \rightarrow S^1$ با ضابطه $f(t) = (\cos 2\pi t, \sin 2\pi t), (0 \leq t \leq 1)$ کدامیک از گزینه های زیر درست نیست؟

۱. f^{-1} ، پیوسته است.
۲. f ، پیوسته است.
۳. f ، یک به یک است.
۴. f ، پوشاست.

۱۶- اگر (X, τ) یک فضای توپولوژیک و \approx یک رابطه هم ارزی در X باشد، آنگاه همه گزاره های زیر درست اند غیر از:

۱. X/\approx ناگسسته است اگر و تنها اگر X و \emptyset تنها زیرمجموعه های اشباع شده باز X باشند.
۲. X/\approx گسسته است اگر و تنها اگر هر زیرمجموعه اشباع شده X باز باشد.
۳. X/\approx ناگسسته است اگر و تنها اگر هر دسته هم ارز در X باز باشد.
۴. X/\approx گسسته است اگر و تنها اگر هر دسته هم ارز در X باز باشد.

۱۷- فرض کنید که X یک فضای توپولوژیک باشد، آنگاه کدامیک از گزاره های زیر درست است؟

۱. اگر X دارای توپولوژی گسسته باشد آنگاه فشرده است.
۲. اگر X فشرده باشد آنگاه هر مجموعه باز از آن فشرده است.
۳. اگر X دارای توپولوژی منتهای باشد آنگاه فشرده است.
۴. اگر X مجموعه ای نامتناهی با توپولوژی متمم شمارا باشد آنگاه فضای X فشرده است.

۱۸- اگر X و Y دو فضای توپولوژیک و $f: X \rightarrow Y$ تابعی پیوسته باشد، آنگاه همه گزاره های زیر درست اند به غیر از:

۱. اگر X هاسدورف باشد آنگاه $f[X]$ نیز هاسدورف است.
۲. اگر X فشرده باشد آنگاه $f[X]$ نیز فشرده است.
۳. اگر X فشرده و Y هاسدورف باشد آنگاه f بسته است.
۴. اگر X فشرده و Y هاسدورف و f تناظری ۱-۱ و پیوسته باشد آنگاه f هومئومورفیسم است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۵ - ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری ۱۱۱۱۳۷۰

۱۹- اگر X یک فضای دلخواه باشد کدامیک از گزینه های زیر درست نیست؟

۱. مؤلفه های X بسته اند.
 ۲. هر زیر مجموعه همبند غیر خالی X می تواند با چند مؤلفه اشتراک داشته باشد.
 ۳. هر زیر مجموعه همبند از R بازه از آن است.
 ۴. هر فضای ناگسسته همبند است.
- ۲۰- اگر X یک فضای متمم شمارا باشد که در آن X ناشماراست آنگاه کدامیک از گزینه های زیر درست است؟
۱. X در اولین اصل شمارایی صدق می کند.
 ۲. X در دومین اصل شمارایی صدق می کند.
 ۳. X تفکیک پذیر است.
 ۴. X یک فضای لیندولف است.

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید.

الف) زیر پایه ب) فضای همبند ج) فضای فشرده د) فضای صادق در اصل T_1

۱.۴۰ نمره

۲- الف) بستار یک مجموعه در یک توپولوژی را تعریف کنید.

ب) فرض کنید که X مجموعه ای دلخواه و $S \subseteq P(X)$ باشد. همچنین A زیرمجموعه ای دلخواه از X باشد. در این صورت ثابت کنید که $A \in \tau_S$ اگر و تنها اگر به ازای هر $a \in A$ از S_δ مانند B وجود دارد به نحوی که $a \in B \subseteq A$.

۱.۴۰ نمره

۳- الف) تابع هومئومورفیسم را تعریف کنید.

ب) ثابت کنید که مجموعه اعداد حقیقی و مجموعه $(-1, 1)$ تحت تابع $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ با هم هومئومورفند.

۱.۴۰ نمره

۴- توپولوژی خارج قسمت را تعریف کرده و برای آن مثالی ارائه نمایید.

۱.۴۰ نمره

۵- فرض کنید فضای X در اولیه اصل شمارایی صدق کند. در این صورت ثابت کنید که اگر X شمارا باشد آنگاه X شمارای دوم است.