

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ قشری: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ قشری: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۱ -، آمار ۱۱۱۰۸۸

۱- کدام عبارت زیر در مورد نقاط ناپیوستگی تابع یکنواخت  $f$  بر بازه بسته  $[a,b]$  صحیح است؟

۱. مجموعه‌ای بسته است.  
 ۲. مجموعه‌ای نامتناهی است.  
 ۳. مجموعه‌ای شمارشپذیر است.  
 ۴. مجموعه‌ای تهی است.

۲- کدام گزینه زیر نادرست است؟

۱. هر تابع یکنواخت  $f$  با تغییر کراندار است.۲. هر تابع تغییر کراندار بر بازه بسته  $[a,b]$  بر این بازه پیوسته است.

۳. هر تابع با تغییر کراندار، کراندار است.

۴. هر تابع پیوسته و با مشتق کراندار بر بازه باز  $(a,b)$ ، بر بازه بسته  $[a,b]$  با تغییر کراندار است.

۳- کدام گزینه معادل سایر گزینه‌ها نمی‌باشد؟

۱.  $f \in R(\alpha)$

۲.  $\sup L(p,f,\alpha) = \inf U(p,f,\alpha)$

۳.  $\int_a^b f d\alpha \leq \int_a^b f d\alpha$

۴.  $\forall \varepsilon > 0 ; \exists P_\varepsilon \quad \forall P (P_\varepsilon \subseteq P \Rightarrow U(P,f,\alpha) - L(P,f,\alpha)) < \varepsilon$

۴- اگر  $P$  و  $Q$  دو افزایشی از بازه  $[a,b]$  بوده و  $P \subseteq Q$  باشد آنگاه کدام عبارت زیر صحیح است؟

۱.  $L(P,f,\alpha) \geq L(Q,f,\alpha)$  .۲  $U(P,f,\alpha) \leq U(Q,f,\alpha)$  .۱

۲.  $L(P,f,\alpha) = U(Q,f,\alpha)$  .۴  $U(P,f,\alpha) \leq U(Q,f,\alpha)$  .۳

۵- مقدار انتگرال  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+e^x} dx$  کدام مقدار زیر می‌باشد؟

۱.  $\ln 2$  .۴  $2 \ln 2$  .۳  $\infty$  .۲  $1.1$  .۱

۶- مقدار انتگرال  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \left( \frac{\cos nx}{nx} \right) dx$  برابر کدام مقدار زیر است؟

۱. موجود نیست.  $\infty$  .۳  $1$  .۲  $0$  .۱

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ قشری: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ قشری: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۱ - آمار ۱۱۱۱۰۸۸

$$\frac{5}{3} \cdot 4$$

$$3 \cdot 3$$

$$2 \cdot 2$$

$$1 \cdot 1$$

-۷ تغییر کل تابع  $f(x) = 2x^2 + 1$  بر بازه  $[0,1]$  برابر است با

$$2 \cdot 2$$

$$1 \cdot 1$$

-۸ کدام یک از عبارات زیر صحیح نمی باشد؟

۱. سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$  بر  $R$  بطور مطلق یکنواخت همگراست

۲. سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$  بر  $R$  بطور یکنواخت همگراست

۳. سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{x+\frac{1}{2}}}$  بر  $[0, \infty)$  بطور یکنواخت همگراست

۴. سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+x}$  بر  $[0, \infty)$  بطور مطلق همگراست

-۹ کدام یک از توابع زیر حد دنباله توابع  $f_n$  با ضابطه  $f_n(x) = \frac{1+x^n}{1-x^2}$  می باشد؟

$$\frac{1+x}{1-x^2} \cdot 4$$

$$\frac{1}{1-x^2} \cdot 3$$

$$\frac{1+x}{1-x} \cdot 2$$

$$\frac{1}{1+x} \cdot 1$$

-۱۰ شعاع همگرایی سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$  کدام مقدار زیر می باشد؟

$$2 \cdot 4$$

$$\infty \cdot 3$$

$$1 \cdot 2$$

$$0 \cdot 1$$

-۱۱ اگر شعاع همگرایی سری  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  برابر  $R > 0$  باشد. در اینصورت شعاع همگرایی سری  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{x}{R}\right)^n$  کدام مقدار زیر می باشد؟

$$\frac{1}{R^n} \cdot 4$$

$$\frac{1}{R} \cdot 3$$

$$R^n \cdot 2$$

$$1 \cdot 1$$

-۱۲ حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e - (1+x)^{\frac{1}{x}}}{x} \right)$  برابر کدام مقدار زیر می باشد؟

$$\frac{e}{2} \cdot 4$$

$$\frac{-e}{2} \cdot 3$$

$$2e \cdot 2$$

$$0 \cdot 1$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ قشری: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ قشری: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۱ - آمار ۱۱۱۰۸۸

۱۳- با کدام شرط زیر تابع  $f$  بر بازه  $[a,b]$  با تغییر کراندار می باشد؟۱.  $f$  بر  $[a,b]$  انتگرال پذیر باشد.۲.  $f$  بر  $[a,b]$  پیوسته باشد.۳. مشتق بذیر بر  $[a,b]$  باشد.۱۴- اگر  $f$  و  $g$  بر  $[a,b]$  با تغییر کراندار باشند آنگاه کدام یک از توابع زیر ممکن است بر  $[a,b]$  با تغییر کراندار نباشد؟۱.  $\frac{f}{g}$ ۲.  $f - g$ ۳.  $\max(f, g)$ ۴.  $fg$ 

۱۵- کدام گزینه زیر نادرست می باشد؟

۱. اگر دنباله  $\{f_n\}$  بر مجموعه  $E$  کراندار نقطه ای باشد آنگاه بر  $E$  دارای زیر دنباله ای همگرا خواهد بود.۲. دنباله  $\{f_n\}$  بر مجموعه  $E$  بطور نقطه وار کراندار است اگر به ازای هر عدد طبیعی  $n$  داشته باشیم  $M_x$   $|f_n(x)| < M_x$ 

۳. هر دنباله یکنواخت از توابع، لزوماً زیر دنباله ای همگرا ندارد.

۴. اگر دنباله  $\{f_n\}$  بر مجموعه اعداد گویا کراندار نقطه ای باشد آنگاه دارای زیر دنباله ای همگرا بر مجموعه اعداد گویا می باشد.

۱۶- کدام عبارت زیر صحیح نیست؟

۱. اگر تابع  $f$  بر بازه  $[a,b]$  تابعی ثابت باشد در اینصورت  $f \in R(\alpha)$ .۲. اگر تابع  $f$  فقط در نقاط گویای  $[a,b]$  ناپیوسته و در نقاط اصم پیوسته باشد در اینصورت  $f \in R([a,b])$ ۳. اگر تابع  $f$  و  $\alpha$  در نقطه  $x_0 \in [a,b]$  از راست ناپیوسته باشند در اینصورت  $f \notin R(\alpha)$ .۴. اگر  $f$  صعودی باشد در اینصورت  $f \in R(\alpha)$ .۱۷- مقدار انتگرال  $\int_1^{e^2} \sqrt{x} d(\ln x)$  مقدار زیر است؟۱.  $2e$ ۲.  $-2e$ ۳.  $2e - 2$ ۴.  $e^2$ ۱۸- کدام مطلب در مورد تابع  $f(x) = \sin(x^2)$  بر بازه  $[-\pi, \pi]$  صحیح می باشد؟

۱. براین بازه یکنواخت.

۲. براین بازه فقط کراندار است.

۳. براین بازه یکنواخت.

۴. اکیدا یکنواخت.



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ قشری: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ قشری: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۱ - آمار ۱۱۱۱۰۸۸

۱۹- اگر  $f(a) = f(b) = 1$  ، در اینصورت  $f \in R(f)$  و  $f$  نسبت به خودش انتگرال ریمان اشتليس داشته باشد و همچنین

مقدار  $\int_a^b f df$  کدام است؟

$$\frac{f(b)-f(a)}{2} \cdot 4$$

$$\frac{f(b)+f(a)}{2} \cdot 3$$

$$0 \cdot 2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1$$

۲۰- اگر  $\bar{A} = C(X)$  یک زیر جبر خود الحاقی  $X$  باشد، در کدام صورت خواهیم داشت

۱.  $A$  شامل توابع ثابت باشد.

۲.  $X$  صفر نشود و نقاط  $X$  را جدا کند.

۳. نقاط  $X$  را جدا کند.

### سوالات تشریحی

۱۴۰ نمره

- شرط ریمان برای انتگرال‌پذیری را بیان و اثبات کنید.

۱۴۰ نمره

- فرض کنید  $f$  بر  $[a,b]$  تابعی با تغییر کراندار باشد. نشان دهید  $f$  را می‌توان بصورت تفاضل دو تابع صعودی یا نزولی نوشت.

۱۴۰ نمره

- فرض کنید  $f$  بر  $[0,\infty)$  بصورت  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$  تعریف شده است.

الف) نمایش  $f$  را بصورت سری توانی بنویسید.

ب) نمایش  $f'$  را بصورت سری توانی بنویسید.

ج)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  را بیابید.

۱۴۰ نمره

-۲۱- اگر  $X$  فشرده و  $f_n \in C(X)$  بطور نقطه وار کراندار و همپیوسته باشد ثابت کنید دنباله  $\{f_n\}$  بر  $X$  بطور یکنواخت کراندار می‌باشد.

۱۴۰ نمره

-۲۲- ثابت کنید شرط لازم و کافی برای آنکه دنباله توابع  $f_n$  به  $f$  یکنواخت به تابع  $E$  همگرا باشد آنست که  $\sigma_n = \sup |f_n(x) - f(x)| \rightarrow 0$  جایی که سوپریمم روی  $E$  گرفته می‌شود.