



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵ تشریحی: ۶۵

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر، مبنای جبر

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵)

۱- کدام یک از اعمال زیر بر Z^+ یک عمل دوتایی نیست؟

۲. $\forall a, b \in Z^+, a * b = ab$

۱. $\forall a, b \in Z^+, a * b = a + b$

۴. $\forall a, b \in Z^+, a * b = \frac{a}{b}$

۳. $\forall a, b \in Z^+, a * b = a^3 + b^3 + 1$

۲- کدام یک از اعمال زیر شرکت پذیر است؟

۴. $a * b = ab - 2$

۳. $a * b = 2ab$

۲. $a * b = 2(a + b)$

۱. $a * b = a - b$

۳- گروه $(G, *)$ و $x, y \in G$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۲. $(x * y)^{-1} = y * x$

۱. $(x * y)^{-1} = (y * x)^{-1}$

۴. $(x * y)^{-1} = y^{-1} * x^{-1}$

۳. $(x * y)^{-1} = x^{-1} * y^{-1}$

۴- جواب معادله $\bar{2} \oplus \bar{x} \oplus \bar{7} = \bar{1}$ در گروه (Z_{12}, \oplus) کدام است؟

۲. $\bar{4}$

۱. $\bar{0}$

۴. این معادله جوابی در Z_{12} ندارد.

۳. $\bar{2}$

۵- فرض کنید G یک گروه و $x \in G$ از مرتبه n باشد. گزینه نادرست کدام است؟

۲. اگر $x^4 = e$ آنگاه $n \mid 4$.

۱. $o(x^{-1}) = n$

۴. اگر $(n, m) = d$ آنگاه $o(x^m) = \frac{n}{d}$.

۳. مرتبه هر توانی از x نیز n است.

۶- فرض کنید G یک گروه دوری با مولد x باشد. کدام گزینه در مورد گروه G نادرست است.

۱. تمام زیرگروه های G دوری هستند.

۲. گروه G آبلی است.

۳. هر زیر گروه G چون H مولدی مانند x^n دارد که در آن n کوچکترین عدد صحیح مثبتی است که $x^n \in H$.

۴. G گروهی نامتناهی است.

۷- مرتبه عضو $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{2})$ در $Z_4 \times Z_9 \times Z_{20}$ برابر است با:

۴. 720

۳. 30

۲. 12

۱. 1



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵)

۸- کدام یک از گروه های زیر دوری است؟

۲. $Z_2 \times Z_3$

۱. $Z_{10} \times Z_7 \times Z_{15}$

۴. Q

۳. K_4

۹- تجزیه جایگشت $\begin{pmatrix} 12345678 \\ 42761835 \end{pmatrix}$ به صورت حاصل ضرب دورهای از هم جدا کدام است؟

۴. $(37)(85)$

۳. $(142)(37)(85)$

۲. $(37)(1468)$

۱. $(14685)(37)$

۱۰- کدام یک از جایگشت های زیر در S_5 یک جایگشت فرد است؟

۴. (2345)

۳. (325)

۲. جایگشت همانی

۱. (12345)

۱۱- تعداد هم مجموعه های یک زیرگروه ۸ عضوی از یک گروه ۲۴ عضوی کدام است؟

۴. ۱

۳. ۲۴

۲. ۸

۱. ۳

۱۲- گروه G را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

۲. $Z(G)$ همواره یک زیرگروه نرمال G است.

۱. هر زیرگروه از $Z(G)$ در G نرمال است.

۴. اگر هر زیرگروه از G نرمال باشد آنگاه G آبلی است.

۳. اگر G آبلی باشد آنگاه هر زیرگروه آن نرمال است.

۱۳- فرض کنید $\varphi: G \rightarrow H$ یک همسانی باشد. در این صورت کدام گزینه در حالت کلی نادرست است؟

۱. $\varphi(e_G) = e_H$

۲. برای هر $x \in G$ و هر عدد صحیح n ، $\varphi(x^n) = (\varphi(x))^n$.

۳. اگر $o(x) = n$ آنگاه $o(\varphi(x)) \mid n$.

۴. برای هر $x \in G$ ، $o(\varphi(x)) = o(x)$.

۱۴- فرض کنید $\varphi: G \rightarrow K$ یک همسانی گروهی باشد. کدام گزینه در حالت کلی برقرار نیست؟ $\varphi^{-1}(J)$ تصویر معکوس J تحت نگاشت φ است.

۲. اگر $J \triangleleft K$ آنگاه $\varphi^{-1}(J) \triangleleft G$.

۱. اگر $H \leq G$ آنگاه $\varphi(H) \leq K$.

۴. اگر $J \leq K$ آنگاه $\varphi^{-1}(J) \leq G$.

۳. اگر $H \triangleleft G$ آنگاه $\varphi(H) \triangleleft K$.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵، تشریحی: ۶۵ سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۳۷)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۱۵- فرض کنید G گروهی از مرتبه ۱۵، H زیرگروهی از مرتبه ۳ و K زیرگروه نرمال از مرتبه ۵ باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱. $|HK| = 15$ ۲. $G \cong HK$ ۳. $H \cap K = \{e\}$ ۴. $|HK| = 1$

۱۶- کدام گزینه نادرست است؟

۱. عضو a در (Z_n, \oplus, \otimes) یکه است هر گاه $(a, n) = 1$.

۲. اگر $(a, n) = 1$ آنگاه عضو a در (Z_n, \oplus, \otimes) یکه است.

۳. هر عضو در Z_n یک مقسوم علیه صفر است.

۴. هر عضو در Z_n یا یک یکه است یا یک مقسوم علیه صفر.

۱۷- حلقه R و ایده آل I در آن را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر حلقه R تعویض پذیر باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ نیز تعویض پذیر است.

۲. اگر حلقه R دارای عنصر یکه ۱ باشد آنگاه $1+I$ عنصر یکه $\frac{R}{I}$ است.

۳. اگر R قلمرو صحیح باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ نیز قلمرو صحیح است.

۴. اگر حلقه R تعویض پذیر و با عنصر یکه و I یک ایده آل اول باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ یک قلمرو صحیح است.

۱۸- کدام یک از حلقه های زیر یک قلمرو صحیح است؟

۱. $\frac{Z}{6Z}$ ۲. Z_5 ۳. Z_8 ۴. $\frac{Z}{4Z}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۵، تشریحی: ۶۵ سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (محض) ۱۱۱۱۰۳۷، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۱۹- حلقه تعویض پذیر R با عنصر یکه و ایده آل I از آن را در نظر بگیرید. گزینه نادرست کدام است؟

۱. ایده آل I ماکسیمال است اگر و تنها اگر $\frac{R}{I}$ میدان باشد.

۲. اگر ایده آل I ماکسیمال باشد آنگاه I یک ایده آل اول است.

۳. اگر ایده آل I ماکسیمال باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ یک قلمرو صحیح است.

۴. اگر ایده آل I ماکسیمال باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ قلمرو صحیح متناهی است.

۲۰- فرض کنید $n \geq 1$ ، $\phi: (Z, +, \cdot) \rightarrow (Z_n, \oplus, \otimes)$ ، با ضابطه $\phi(x) = \bar{x}$ تعریف شود. آنگاه هسته این همریختی برابر است با:

۱. Z ۲. Z_n ۳. nZ ۴. $\{0\}$

سوالات تشریحی

۱- نشان دهید که هر گروه دوری یک گروه آبدی است. با ذکر یک مثال نشان دهید که هر گروه آبدی لزوماً دوری نیست. ۱.۴۰ نمره

۲- ثابت کنید هر گروه از مرتبه عدد اول p دوری است. ۱.۴۰ نمره

۳- همریختی $\phi: S_n \rightarrow (\{-1, 1\}, \cdot)$ با ضابطه تعریف $\phi(f) = \begin{cases} 1, & \text{زوج } f \\ -1, & \text{فرد } f \end{cases}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید $\frac{S_n}{A_n} \cong \{-1, 1\}$ که در آن A_n گروه جایگشت های زوج است. ۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید R یک حلقه و $a, b, c \in R$ به طوری که a یک مقسوم علیه صفر نیست. در این صورت نشان دهید که اگر $ab = ac$ آنگاه $b = c$. ۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید که در یک حلقه تعویض پذیر R با عنصر یکه، اگر ایده آل I یک ایده آل ماکسیمال باشد آنگاه $\frac{R}{I}$ یک میدان است و از آنجا نتیجه بگیرید که I یک ایده آل اول است. ۱.۴۰ نمره