تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۵ - ، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض هندسه)،ریاضی محض- جبر(زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض- زمینه گراف و ترکیبات جبری۱۱۱۱۳۷۰)

۱- با فرض اینکه $S=\phi$ آنگاه τ_S (توپولوژی تولید شده توسط S) برابر اسا با؛

۱. $\{X,\phi\}$ ۲. $\{\ \}$ ۳. $\{X\}$ ۴. $\{\phi\}$

۲- با فرض اینکه X مجموعه ای دلخواه ، $A\subseteq X$ و $\tau=\{Y: A\subseteq Y\subseteq X\}\cup\{\phi\}$ آنگاه همه گزینه های زیر درست اند غیر از؛

۱. τ یک توپولوژی در X است.

۲. اگر $A=\phi$ ، آنگاه τ توپولوژی گسسته در X است.

۳. اگر $A=X$ ، آنگاه τ توپولوژی ناگسسته در X است.

۴. هرزیرمجموعه دلخواه X در توپولوژی τ باز است.

۳- اگر (X,τ) یک فضای توپولوژیک باشد آنگاه کدامیک از گزینه های زیر درست است؟

۱. ϕ در τ بسته نیست.

۲. اجتماع دلخواه مجموعه های بسته در X بسته است.

۳. τ زیرپایه خودش است.

۴. τ دارای زیر پایه ای با دو عضو است.

۴- اگر (X,τ) یک فضای توپولوژیک باشد آنگاه کدامیک از گزینه های زیردرست است؟

۱. همه زیر مجموعه های یک عضوی X تشکیل یک زیر پایه برای X می دهند.

۲. ϕ یک پایه برای X است.

۳. همه زیر مجموعه های دو عضوی X تشکیل یک‌پایه برای X می دهند.

۴. $\{\phi\}$ یک پایه برای X است.

۵- اگر (X,τ) یک فضای توپولوژیک و A_i ها در آن باز باشند آنگاه؛

۱. $\bigcup_{i\in I}(Int(A_i))\subseteq Int(\bigcup_{i\in I}A_i)$.

۲. $\bigcap_{i\in I}(Int(A_i))\subseteq Int\left(\bigcap_{i\in I}A_i\right)$.

۳. $Int(\phi)=X$.

۴. $Int(A)$ مجموعه ای بسته است.

۶- با فرض اینکه Aو B زیر مجموعه هایی دلخواه از فضای X باشند در این صورت همه گزینه های زیر درست اند به غیر از؛

۱. $\partial(A)=\partial(X-A)$

۲. $\partial(X)=X$

۳. $Ext(A\cup B)=Ext(A)\cap Ext(B)$

۴. اگر $A\subseteq B$ آنگاه $Ext(B)\subseteq Ext(A)$

۷- اگرX یک فضای توپولوژیک و Y زیرفضایی ازآن باشد آنگاه همه گزاره های زیر درست اند غیر از؛

۱. اگر $E\subseteq Y$ در Y بسته باشد، آنگاه مجموعه ای بسته مانند F در X وجود دارد به طوریکه $E=F\cap Y$

۲. هرگاه V در Y باز باشد آنگاه V در X باز است.

۳. هرگاه Eدر Y و Yدر X بسته باشد، آنگاه Eدر X بسته است.

۴. هرگاه V در Y و Y در X باز باشند آنگاه V در X باز است

۸- اگر d متریک مربعی در یک فضای توپولوژیک متری باشد آنگاه گوی $B(a,r)$ در آن برابر است با؛

۱. مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز x و اندازه ضلع r

۲. مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز x و اندازه ضلع ۲r

۳. مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز rو اندازه ضلع x

۴. مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز r و اندازه ضلع ۲x

۹- اگر (X,d) یک فضای متریک و $A\subseteq X$ ، آنگاه به ازای هر $x\in A$ ، $d(x,A)$ با کدامیک از گزینه های زیر تعریف می شود؟

۱. $d(x,A)=\max\{d(x,y):y\in A\}$

۲. $d(x,A)=\min\{d(x,y):y\in A\}$

۳. $d(x,A)=\sup\{d(x,y):y\in A\}$

۴. $d(x,A)=\inf\{d(x,y):y\in A\}$

۱۰- درفضای متریک (X,d) گزاره $x\in\overline{A}$ با کدامیک از گزینه های زیر معادل است؟

۱. x یک نقطه درونی A است.

۲. xیک نقطه انباشتگی A(A')است.

۳. x به A تعلق دارد.

۴. دنباله ای از نقاط A مانند $\{x_n\}$ وجود دارد به نحوی که $x_n\to x$.

۱۱- اگر X و Y دو فضای توپولوژیک باشد و f تابعی بین آن دو باشدآنگاه؛

۱. اگر f پیوسته باشد آنگاه f هر مجموعه باز درX را به مجموعه ای باز ازY می برد(می نگارد).

۲. اگر f پیوسته باشد آنگاه f هر مجموعه بسته درX را به مجموعه ای بسته ازY می برد(می نگارد).

۳. اگر f پیوسته باشد آنگاه f هر مجموعه بسته در Y را به مجموعه ای بسته ازX برمی گرداند.

۴. اگر f هر مجموعه باز ازX را به مجموعه ای باز ازY ببرد(بنگارد) آنگاه f پیوسته است.

۱۲- فرض کنیدX فضای گسسته ، Y فضایی دلخواه و $f:X\to Y$ تابعی بین این دو فضا باشد، آنگاه؛

۱. f پیوسته است اگروفقط اگر Y گسسته باشد.

۲. f پیوسته است اگروفقط اگر Y ناگسسته باشد.

۳. f در هیچ حالتی پیوسته نیست.

۴. f پیوسته است.

۱۳- فرض کنید که X و Y دو فضای دلخواه باشد آنگاه پیوستگی تابع $f:X\to Y$ با همه گزینه های زیر معادل است به غیر از؛

۱. ازای هر مجموعه بسته Yمانند F ، $f^{-1}[F]$ در Xبسته است.

۲. به ازای هر زیر مجموعه دلخواه Y مانندB داریم؛ $\overline{f^{-1}[B]}\subseteq f^{-1}[\overline{B}]$.

۳. به ازای هر زیر مجموعه دلخواه Xمانند Aداریم؛ $f[\overline{A}]\subseteq \overline{f[A]}$.

۴. به ازای هر زیر مجموعه باز X مانند A ، $f(A)$ در Y باز است.

۱۴- با کدامیک از شروط زیر تابع $f:X\to Y$ باز است اگر وفقط اگر بسته باشد؟

۱. f ، پوشا باشد.

۲. f ،۱-۱ باشد.

۳. f ، یک تناظر ۱-۱ باشد.

۴. f ،پیوسته باشد.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰** **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۵ - ، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)،ریاضی محض- جبر(زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض- زمینه گراف و ترکیبات جبری۱۱۱۱۳۷۰

۱۵- با فرض تابع $f:[0,1)\to S^1$ با ضابطه $f(t)=(\cos 2\pi t,\sin 2\pi t),(0\le t\le 1)$ کدامیک از گزینه های زیر درست *نیست؟*

۱. f^{-1} ، پیوسته است.

۲. f ، پیوسته است.

۳. f ،یک به یک است.

۴. f ، پوشاست.

۱۶- اگر (X,τ) یک فضای توپولوژیک و $\approx$ یک رابطه هم ارزی در X باشد، آنگاه همه گزاره های زیر درست اند غیر از؛

۱. $X/_{\approx}$ ناگسسته است اگروتنها اگر X و ϕ تنها زیرمجموعه های اشباع شده باز X باشند.

۲. $X/_{\approx}$ گسسته است اگروتنها اگر هرزیرمجموعه اشباع شده X بازباشد.

۳. $X/_{\approx}$ ناگسسته است اگروتنها اگر هر دسته هم ارز در X باز باشد.

۴. $X/_{\approx}$ گسسته است اگروتنها اگر هر دسته هم ارز در X باز باشد.

۱۷- فرض کنید که X یک فضای توپولوژیک باشد، آنگاه کدامیک از گزاره های زیر درست است؟

۱. اگر X دارای توپولوژی گسسته باشد آنگاه فشرده است.

۲. اگر X فشرده باشد آنگاه هر مجموعه باز ازآن فشرده است.

۳. اگر X دارای توپولوژی متناهی باشد آنگاه فشرده است.

۴. اگر X مجموعه ای نامتناهی با توپولوژی متمم شمارا باشد آنگاه فضای X فشرده است.

۱۸- اگر X و Y دو فضای توپولوژیک و $f:X\to Y$ تابعی پیوسته باشد، آنگاه همه گزاره های زیر درست اند به غیر از؛

۱. اگر X هاسدورف باشد آنگاه $f[X]$ نیز هاسدورف است.

۲. اگر X فشرده باشد آنگاه $f[X]$ نیز فشرده است.

۳. اگر X فشرده و Y هاسدورف باشد آنگاه f بسته است.

۴. اگر X فشرده و Y هاسدورف و f تناظری ۱-۱ و پیوسته باشد آنگاه f هومئومورفیسم است.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنـــوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۵ - ، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)،ریاضی محض- جبر(زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض- زمینه گراف و ترکیبات جبری۱۱۱۱۳۷۰

۱۹- اگر X یک فضای دلخواه باشدکدامیک از گزینه های زیر درست *نیست؟*

۱. مؤلفه های X بسته اند.

۲. هرزیر مجموعه همبند غیر خالی X می تواندبا چند مؤلفه اشتراک داشته باشد

۳. هر زیر مجموعه همبند از R بازه از آن است.

۴. هر فضای ناگسسته همبند است.

۲۰- اگر X یک فضای متمم شمارا باشد که در آن X ناشماراست آنگاه کدامیک از گزینه های زیر درست است؟

۱. X در اولین اصل شمارایی صدق می کند.

۲. X در دومین اصل شمارایی صدق می کند.

۳. X تفکیک پذیر است.

۴. X یک فضای لیندلوف است.

سوالات تشریحی

۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید. ۱،۴۰ نمره

الف)زیرپایه ب)فضای همبند ج)فضای فشرده د)فضای صادق در اصل T_1

۲- الف)بستار یک مجموعه در یک توپولوژی را تعریف کنید. ۱،۴۰ نمره

ب)فرض کنید که X مجموعه ای دلخواه و $S \subseteq P(X)$ باشد.همچنین A زیرمجموعه ای دلخواه از X باشد. در این صورت ثابت کنید که $A \in \tau_S$ اگروتنهااگر به ازای هر aاز A عضوی از S_δ مانند Bوجود دارد به نحوی که $a \in B \subseteq A$.

۳- الف)تابع هومئومورفیسم را تعریف کنید. ۱،۴۰ نمره

ب)ثابت کنید که مجموعه اعداد حقیقی و مجموعه $(-1,1)$ تحت تابع $f(x)=\dfrac{x}{1+|x|}$ با هم هومئومورفند.

۴- توپولوژی خارج قسمت را تعریف کرده و برای آن مثالی ارائه نمایید. ۱،۴۰ نمره

۵- فرض کنید فضای X در اولیه اصل شمارایی صدق کند. در این صورت ثابت کنید که اگر X شمارا باشد آنگاه X شمارای دوم است. ۱،۴۰ نمره