



تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰، تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۹ -، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴

۱- کدامیک از میدان های برداری برابر میدان برداری $V(p) = (p_1, p_3 - p_1, 0)_p$ است؟

۱. $p_1 U_1(p) + (p_3 - p_1) U_3(p)$ ۲. $p_1 U_1(p) + (p_3 - p_1) U_2(p)$

۳. $p_1 U_1(p) + (p_1 - p_3) U_3(p)$ ۴. $p_1 U_1(p) + (p_1 - p_3) U_2(p)$

۲- کدام گزینه در مورد بردارهای $V_1 = U_1 - xU_3$ و $V_2 = U_2$ و $V_3 = xU_1 + U_3$ صحیح نیست؟

۱. دو به دو بر هم عمودند.
۲. در هر نقطه مستقل خطی هستند.
۳. در بعضی نقاط مستقل خطی هستند.
۴. تشکیل یک پایه برای E^3 می دهند.

۳- اگر $V = y^2 U_1 - x U_3$ و $f = z^3$ در این صورت $V[f]$ برابر است با

۱. $y^2 z^3$ ۲. $-xz^3$ ۳. $-3xz^2$ ۴. $-3xy^2$

۴- کدام گزینه با فرم دیفرانسیل $dx dy dz$ برابر نیست؟

۱. $-dx dy dz dx$ ۲. $.$ ۳. $dx dy dz dx$ ۴. $-dx dx dy dz$

۵- اگر f و g دو تابع و ψ و φ یک فرم باشند، کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. $d(f dg) = dg \wedge df$ ۲. $d(df) = 0$
۳. $d(fg) = df g + f dg$ ۴. $d(\varphi \wedge \psi) = d\varphi \wedge \psi - \varphi \wedge d\psi$

۶- اگر $F = (x \cos y, x \sin y, z)$ نگاشتی از E^3 به E^3 باشد، در این صورت به ازای $p = (0, 0, 0)$ و $v = (2, -1, 3)$

$F_*(v_p)$ برابر است با:

۱. $(0, 2, 3)_{(0,0,0)}$ ۲. $(0, 2, 3)_{(2,-1,3)}$ ۳. $(2, 0, 3)_{(0,0,0)}$ ۴. $(2, 0, 3)_{(2,-1,3)}$

۷- کدامیک از موارد زیر صحیح نیست؟

۱. $v \times w = -w \times v$ ۲. $\|v \times w\|^2 = (v \cdot v)(w \cdot w) + (v \cdot w)^2$
۳. $v \times w$ بر v عمود است. ۴. $v \times v = 0$

۸- تندی خم $\alpha(t) = (2t, t^2, \frac{t^3}{3})$ در $t = 1$ برابر است با:

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۳ ۴. ۴



تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰، تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۹ - ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴)

۹- اگر $A = tT + \kappa B$ کدامیک از موارد زیر صحیح نیست؟

۱. $T' = A \times T$ ۲. $B = T \times N$ ۳. $B' = A \times B$ ۴. $N = T \times B$

۱۰- کدامیک از موارد زیر یک خم منظم است؟

۱. $\alpha(t) = (\cos t, t^2, t^3)$ ۲. $\alpha(t) = (\sin t, t^2, t^3)$
۳. $\alpha(t) = (\sin t^2, t^2, t^3)$ ۴. $\alpha(t) = (\cos t^2, t^2, t^3)$

۱۱- اگر $V = (y-x)U_1 + xyU_3$ و $W = x^2U_1 + yzU_3$ میدان های برداری باشند میدان برداری $\nabla_V W$ عبارت است از

۱. $x(y-x)U_1 + xy^2U_3$ ۲. $2x(y-x)U_1 + xy^2U_3$
۳. $2x(y-x)U_1 + xyU_3$ ۴. $x(y-x)U_1 + xyU_3$

۱۲- اگر A ماتریس ایستاری میدان سه وجهی $\{E_1, E_2, E_3\}$ باشد کدام گزینه در مورد فرمهای همبندی صحیح نمی باشد؟

۱. با استفاده از ماتریس A قابل محاسبه هستند.
۲. از ضرب دیفرانسیل A در A بدست می آیند.
۳. از ضرب دیفرانسیل A در ترانهادی A بدست می آیند.
۴. از ضرب ترانهادی دیفرانسیل A در A بدست می آیند.

۱۳- کدام گزینه در مورد ایزومتري ها صحیح نمی باشد؟

۱. هر ایزومتري حاصلضرب یک دوران در یک انتقال است.
۲. اگر $F: E^3 \rightarrow E^3$ یک ایزومتري باشد آنگاه $\forall p, q \in E^3, d(F(p), F(q)) = d(p, q)$
۳. اگر $C: E^3 \rightarrow E^3$ یک تبدیل متعامد باشد آنگاه C یک ایزومتري است.
۴. حاصلضرب یک دوران در یک انتقال یک ایزومتري است.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۹ - ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴)

۱۴- اگر T یک تبدیل انتقال از E^3 به E^3 باشد آنگاه

۱. T یک تبدیل متعامد است.

۲. T ایزومتري نیست.

۳. به ازای هر برداری مماس v ، $T_*(v)$ با v موازی است.

۴. اگر P و q دو نقطه از E^3 باشند به طوری که $T(p) = q$ آنگاه T منحصر به فرد نیست.

۱۵- کدامیک از معادلات زیر مشخص کننده یک رویه در E^3 می باشد؟

۱. $xyz = 0$ ۲. $x^2 + y^2 - z = 0$ ۳. $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ ۴. $x^2 - y^2 + z^2 = 0$

۱۶- اگر $\alpha(t) = (g(t), h(t), 0)$ یک خم در نیم صفحه فوقانی صفحه xy باشد کدام گزینه نمایش پارامتری روی حاصل از دوران این خم حول محور x ها می باشد؟

۱. $x(u, v) = (g(u), h(u), v)$ ۲. $x(u, v) = (g(u) \cos v, g(u) \sin v, h(u))$

۳. $x(u, v) = (g(u), h(u) \cos v, h(u) \sin v)$ ۴. $x(u, v) = (g(u), h(v) \cos v, h(v) \sin v)$

۱۷- اگر Σ کره ای به شعاع r باشد آنگاه عملگر شکلی آن برابر است با

۱. $S(v) = rv$ ۲. $S(v) = -rv$ ۳. $S(v) = \frac{v}{r}$ ۴. $S(v) = -\frac{v}{r}$

۱۸- کدامیک از گزینه های زیر صحیح نمی باشد؟

۱. اگر $M \subset E^3$ کلا نافی باشد آنگاه خمیدگی گاوسی ثابت دارد و $K \geq 0$.

۲. اگر $M \subset E^3$ کلا نافی باشد و $K > 0$ آنگاه M بخشی از کره ای به شعاع $\frac{1}{K}$ است.

۳. یک رویه کلا نافی فشرده یک کره درست است.

۴. در E^3 هیچ رویه فشرده ای با $K \leq 0$ وجود ندارد.

۱۹- اگر $K(p) < 0$ آنگاه تقریب درجه دوم M در مجاورت P کدامیک از موارد زیر است (K خمیدگی گاوسی است)؟

۱. استوانه ۲. هذلولیگون ۳. سهمیوار ۴. صفحه



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۹ - ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴)

۲۰- منظور از یک میدان سه وجهی برازنده عبارت است از

۱. میدان سه وجهی که به یک رویه تحدید شده باشد.
۲. میدان سه وجهی که E_3 همواره بر رویه عمود باشد.
۳. میدان سه وجهی که E_3 همواره مخالف صفر باشد.
۴. میدان سه وجهی که E_3 همواره بر E_1 و E_2 عمود باشد.

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- نگاشت $F = (x \cos y, x \sin y, z)$ از E^3 به E^3 را در نظر بگیرید.
الف) اگر $p = (2, \frac{\pi}{2}, \pi)$ و $v = (2, -1, 3)$ آنگاه $F_*(v_p)$ را محاسبه کنید.
ب) بررسی کنید که آیا نگاشت F منظم است یا خیر؟

۱.۴۰ نمره

۲- اگر $A = (a_{ij})$ ماتریس ایستاری و $\omega = (\omega_j)$ ماتریس فرمهای همبندی میدان سه وجهی E_1 و E_2 و E_3 باشد ثابت کنید $\omega = dA^t A$.

۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید ماتریس $A = \begin{pmatrix} \cos^2 x & \cos x \sin x & \sin x \\ \sin x \cos x & \sin^2 x & -\cos x \\ -\sin x & \cos x & 0 \end{pmatrix}$ ماتریس ایستاری یک میدان سه وجهی است و فرمهای همبندی آن را محاسبه کنید.

۱.۴۰ نمره

۴- ثابت کنید اگر F یک ایزومتري با بخش متعامد C باشد آنگاه به ازای هر برداری مماس v_p داریم $F_*(v_p) = (Cv)_{F(p)}$.

۱.۴۰ نمره

۵- با استفاده از قطعه مختصاتی $x(u, v) = (u, v, uv)$ رویه $M: z = xy$ ، خمیدگی های گاوسی و مینیمال را محاسبه کنید. (راهنمایی: از روابط $l = U.X_{uu}$ ، $m = U.X_{uv}$ ، $n = U.X_{vv}$ ، $E = X_u.X_u$ ، $F = X_u.X_v$ ، $G = X_v.X_v$ ، $H(x) = \frac{Gl + En - 2Fm}{2(EG - F^2)}$ و $K(x) = \frac{ln - m^2}{EG - F^2}$ استفاده کنید.)