



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ - ، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸ - ، آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدام گزینه جزء روش یافتن توزیع احتمال  $Y = u(X_1, \dots, X_n)$  نیست؟

۱. روش تابع توزیع  
۲. روش تبدیل متغیرها  
۳. تابع مولد گشتاور  
۴. روش ماکسیمم درستنمایی

۲- اگر تابع چگال احتمال  $X$  به صورت  $f(x) = 6x(1-x)$  ;  $0 < x < 1$  باشد تابع چگالی  $Y = x^3$  برابر کدام گزینه است؟

۱.  $g(y) = 2\left(\frac{1}{\sqrt[3]{y}} - 1\right)$  ;  $0 < y < 1$   
۲.  $g(y) = \frac{1}{\sqrt[3]{y}} - 1$  ;  $0 < y < 1$   
۳.  $g(y) = 3\sqrt[3]{y^2} - 2y$  ;  $0 < y < 1$   
۴.  $g(y) = 3(\sqrt[3]{y^2} - y)$

۳- اگر  $X$  دارای تابع توزیعی نمایی به صورت  $f(x) = e^{-x}$  ;  $x > 0$  باشد، آنگاه تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی  $Y = \sqrt{X}$  برابر کدام گزینه است؟

۱.  $g(y) = 2ye^{-y^2}$  ;  $y > 0$   
۲.  $g(y) = 2ye^{-y}$  ;  $y > 0$   
۳.  $g(y) = 2e^{-y^2}$  ;  $y > 0$   
۴.  $g(y) = ye^{-y}$  ;  $y > 0$

۴- اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  متغیرهای تصادفی مستقل که دارای نمایی با پارامتر  $\theta$  باشند، آنگاه توزیع  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  کدام گزینه است؟

۱. نمایی با پارامتر  $n\theta$   
۲. گاما با پارامترهای  $\alpha = n$  و  $\beta = \theta$   
۳. گاما با پارامترهای  $\alpha = \frac{1}{n}$  و  $\beta = \frac{1}{\theta}$   
۴. نمایی با پارامتر  $\frac{\theta}{n}$

۵- به ازای هر ثابت مثبت  $c$ ، احتمال اینکه  $\bar{x}$  مقداری بین  $\mu - c$  و  $\mu + c$  اختیار کند در کدام گزینه صادق است؟

۱. حداکثر  $1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}$   
۲. حداقل  $1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}$   
۳. حداکثر  $1 - \frac{\sigma}{nc}$   
۴. حداقل  $1 - \frac{\sigma}{nc}$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱) - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸) - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

۶- قضیه‌ی حد مرکزی چه نتیجه‌ای دارد؟

۱.  $X_1, X_2, \dots$  باید مستقل باشد.

۲. تابع مولد گشتاور  $X$  باید موجود باشد.

۳. توزیع  $\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{\sigma}$  نرمال استاندارد می‌شود.

۴. توزیع  $\bar{X}$  نرمال با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\frac{\sigma^2}{n}$  می‌شود.

۷- اگر نمونه‌گیری از جامعه‌ی متناهی بدون جایگذاری باشد آنگاه مقدار  $\text{cov}(X_r, X_s)$  برابر کدام گزینه است؟

۱.  $-\frac{\sigma^2}{N}$       ۲.  $-\frac{\sigma^2}{N-1}$       ۳.  $\frac{\sigma^2}{N(N-1)}$       ۴.  $\frac{\sigma^2}{N+1}$

۸- اگر  $X_1, \dots, X_n$  متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال استاندارد باشند، آنگاه واریانس  $Y = \sum_{i=1}^n X_i^2$  برابر کدام گزینه است؟

۱.  $n$       ۲.  $n^2$       ۳.  $2n$       ۴.  $n(n+1)$

۹- اگر  $X \approx N(0, 1)$  و  $Y \approx N(0, 5)$  مستقل باشند آنگاه توزیع  $W = \frac{5X^2}{Y^2}$  کدام گزینه است؟

۱.  $t(1)$       ۲.  $t(5)$       ۳.  $F(1, 5)$       ۴.  $F(1, 1)$

۱۰- اگر نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی فاصله‌ی  $(0, 1)$  داشته باشیم، آنگاه توزیع  $r$  امین آماره‌ی ترتیبی کدام گزینه است؟

۱.  $\text{beta}(0, 1)$       ۲.  $\text{beta}(r, n-r+1)$       ۳.  $\text{beta}(n-r+1, r)$       ۴.  $\text{beta}(r, r)$

۱۱- اگر  $E(\hat{\theta}) = 4\theta + 5$  آنگاه کدام گزینه بر آوردکننده‌ی ناریب است؟

۱.  $\frac{\hat{\theta} - 5}{4}$       ۲.  $\frac{\theta - 5}{4}$       ۳.  $4\hat{\theta} + 5$       ۴.  $4\theta + 5$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱) - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸) - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

۱۲- کدام گزینه درست نیست؟

۱.  $\bar{X}$  برای میانگین جامعه نارایب است.

۲.  $S^2$  برای واریانس جامعه نارایب است.

۳.  $n$  امین آماره‌ی ترتیبی برای میانگین جامعه اریب است.

۴. میانه‌ی نمونه‌ی تصادفی برای میانگین جامعه‌ای که توزیع متقارن دارد اریب است.

۱۳- اگر  $X$  دارای توزیع نمایی  $(\frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}})$  باشد مقدار اطلاع درباره‌ی  $\theta$ ، یعنی  $E(\frac{\partial \ln f(X)}{\partial \theta})^2$  برابر کدام گزینه می‌شود؟

۱.  $E(X)$       ۲.  $\frac{1}{E(X)}$       ۳.  $\text{var}(X)$       ۴.  $\frac{1}{\text{var}(X)}$

۱۴- بر اساس یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع نرمال، کارآیی مجانبی میانه‌ی نمونه نسبت به میانگین نمونه به عنوان برآوردگرهای میانگین جامعه، برابر کدام گزینه است؟

۱. ۱      ۲.  $\frac{2}{\pi}$       ۳.  $\frac{4}{\pi}$       ۴.  $\frac{\pi\sigma^2}{4}$

۱۵- اگر  $\hat{\theta}$  برآورد کننده‌ی نارایب برای پارامتر  $\theta$  باشد و  $\lim_{n \rightarrow \infty} \text{var}(\hat{\theta}) = 0$ ، آنگاه برای  $\hat{\theta}$  کدام گزینه درست است؟

۱. بسنده برای  $\theta$  است.      ۲. ماکسیمم درست‌نمایی برای  $\theta$  است.  
۳. سازگار برای  $\theta$  است.      ۴. کارا برای  $\theta$  است.

۱۶- اگر  $X_1, X_2, X_3$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر  $p$  باشند کدام گزینه آماره‌ی بسنده برای  $p$  است؟

۱.  $X_1 + 2X_2 + 3X_3$       ۲.  $2X_1 + X_1 + X_3$       ۳.  $X_1 + 2X_2 + X_3$       ۴.  $X_1 + 4X_2 + 18X_3$

۱۷- برآورد گشتاوری  $\theta$  در توزیع یکنواخت روی بازه  $(\theta, \theta+1)$  برابر کدام گزینه است؟

۱.  $\bar{x}^2 + \frac{1}{2}$       ۲.  $\bar{x}^2 + 1$       ۳.  $2\bar{x}$       ۴.  $\bar{x} - \frac{1}{2}$

۱۸- اگر در نمونه‌گیری از توزیع نرمال که میانگین آن معلوم است بدانیم  $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x}) = 40$  و  $(\bar{x} - \mu)^2 = 8$  و  $n = 10$  آنگاه

برآورد ماکسیمم درست‌نمایی واریانس توزیع،  $\sigma^2$  برابر کدام گزینه است؟

۱. ۱۲      ۲. ۱۳/۳      ۳. ۴/۴      ۴. ۰/۸



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱)، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸)، آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

۱۹- از دو جامعه مستقل نرمال، نمونه‌گیری شده است و اطلاعات زیر را داریم.

$$S_1^2 = 3/1 \quad S_2^2 = 0/25 \quad \bar{x}_2 = 2/7 \quad \bar{x}_1 = 3/1 \quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 \quad n_2 = 8 \quad n_1 = 10$$

کران پایینی فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای  $\mu_1 - \mu_2$  برابر کدام گزینه است؟ ( $t_{0/025,16} = 2/2$ )

۱.  $-0/2$       ۲.  $1/00$       ۳.  $0/4$       ۴.  $-0/4$

۲۰- از دو جامعه مستقل درباره‌ی نسبت یک صفت تحقیق شده است و نتایج زیر به دست آمده است.

$$n_1 = 200, \quad \hat{\theta}_1 = 0/66 \quad n_2 = 150, \quad \hat{\theta}_2 = 0/6$$

اگر نسبت‌ها در دو جامعه برابر باشند، برآورد نسبت مشترک برابر کدام گزینه است؟

۱.  $0/631$       ۲.  $0/634$       ۳.  $0/66$       ۴.  $0/7$

۲۱- اگر عدد استخراج شده از جدول توزیع اف،  $f_{\alpha,n,m} = K$  آنگاه  $f_{1-\alpha,m,n}$  برابر کدام گزینه است؟

۱.  $\frac{1}{K}$       ۲.  $K$       ۳.  $1-K$       ۴.  $1-\frac{K}{2}$

۲۲- لم نیمین-پیرسن، داخل  $C$  که ناحیه‌ی بحرانی است را چگونه نمایش می‌دهد؟

۱.  $\frac{L_0}{L_1} \leq k$       ۲.  $\frac{L_1}{L_0} \leq k$       ۳.  $kL_0 \geq L_1$       ۴.  $kL_1 \leq L_0$

۲۳- اگر  $H_0: \theta = \theta_0$  در برابر  $H_1: \theta = \theta_1$  باشد کدام گزینه درباره‌ی تابع توان  $\pi(\theta)$  نادرست است؟

۱.  $\pi(\theta_0) = \alpha$       ۲.  $\Pi(\theta_1) = 1 - \beta$       ۳.  $0 \leq \Pi(\theta) \leq 1$       ۴.  $\Pi(\theta_0) + \Pi(\theta_1) = 1$

۲۴- در آزمودن برابری میانگین دو جامعه‌ی مستقل نرمال وقتی که واریانس‌ها برابرند، آماره‌ی آزمون چه توزیعی دارد؟

۱. نرمال      ۲. تی      ۳. اف      ۴. کای دو

۲۵- در تحلیل جدول  $r \times c$  برای بررسی برابری نسبت‌های  $r$  سطر، درجه‌ی آزادی آماره‌ی آزمون برابر کدام گزینه است؟

۱.  $r-1$       ۲.  $c(r-1)$       ۳.  $r(c-1)$       ۴.  $(r-1)(c-1)$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار و احتمال ۲. آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۷۰۲۱ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۷۰۷۸ -، آموزش ریاضی ۱۱۷۱۴۴)

### سوالات تشریحی

- ۱- براساس یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه‌ی  $(0, \theta)$ ، نشان دهید برآورد ماکسیمم درستنمایی برای  $\theta$ ، بزرگترین آماره‌ی ترتیبی است؟  
نمره ۱.۴۰
- ۲- اگر یک نمونه‌ی تصادفی ۱۶ تایی از جامعه نرمال داشته باشیم که واریانس نمونه‌ای  $4/84$  حاصل شده باشد، آنگاه یک فاصله‌ی اطمینان ۹۹ درصدی برای  $\sigma^2$  را بیابید. (اعداد جدول:  $\chi_{0/005,15}^2 = 32/801$ ,  $\chi_{0/995,15}^2 = 4/601$ )  
نمره ۱.۴۰
- ۳- نشان دهید که آزمون نسبت درستنمایی در توزیع نرمال با واریانس معلوم برای آزمودن  $H_0: \mu = \mu_0$  در برابر  $H_1: \mu \neq \mu_0$  براساس  $|\bar{X} - \mu_0| > K$  به دست می‌آید که در آن  $K > 0$  است.  
نمره ۱.۴۰
- ۴- مطابق با جدول داده شده، بررسی کنید که استعداد ریاضی از علاقه به آمار مستقل است. (عدد جدول  $\chi_{0/01,4}^2 = 13/277$ )  
نمره ۱.۴۰

استعداد ریاضی

استعداد ریاضی			علاقه به آمار
عالی	متوسط	ضعیف	
۱۵	۴۲	۶۳	
۳۱	۶۱	۵۸	
۲۹	۴۷	۱۴	
			عالی
			متوسط
			ضعیف

- ۵- اگر چگالی توأم دو متغیر تصادفی به صورت  $f(x, y) = x \exp(-x(1+y))$ ;  $x > 0, y > 0$  باشد، آنگاه معادله‌ی رگرسیون  $Y$  روی  $X$  را بیابید.  
نمره ۱.۴۰