



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸ - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدام گزینه جزء روش یافتن توزیع احتمال $Y = u(X_1, \dots, X_n)$ نیست؟

۱. روش تابع توزیع
۲. روش تبدیل متغیرها
۳. تابع مولد گشتاور
۴. روش ماکسیمم درستنمایی

۲- اگر تابع چگال احتمال X به صورت $0 < x < 1$ ؛ $f(x) = 6x(1-x)$ باشد تابع چگالی $Y = x^3$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $g(y) = 2\left(\frac{1}{\sqrt[3]{y}} - 1\right)$ ؛ $0 < y < 1$
۲. $g(y) = \frac{1}{\sqrt[3]{y}} - 1$ ؛ $0 < y < 1$
۳. $g(y) = 3\sqrt[3]{y^2} - 2y$ ؛ $0 < y < 1$
۴. $g(y) = 3(\sqrt[3]{y^2} - y)$

۳- اگر X دارای تابع توزیعی نمایی به صورت $x > 0$ ؛ $f(x) = e^{-x}$ باشد، آنگاه تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی $Y = \sqrt{X}$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $g(y) = 2ye^{-y^2}$ ؛ $y > 0$
۲. $g(y) = 2ye^{-y}$ ؛ $y > 0$
۳. $g(y) = 2e^{-y^2}$ ؛ $y > 0$
۴. $g(y) = ye^{-y}$ ؛ $y > 0$

۴- اگر X_1, X_2, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل که دارای نمایی با پارامتر θ باشند، آنگاه توزیع $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ کدام گزینه است؟

۱. نمایی با پارامتر $n\theta$
۲. گاما با پارامترهای $\alpha = n$ و $\beta = \theta$
۳. گاما با پارامترهای $\alpha = \frac{1}{n}$ و $\beta = \frac{1}{\theta}$
۴. نمایی با پارامتر $\frac{\theta}{n}$

۵- به ازای هر ثابت مثبت c ، احتمال اینکه \bar{x} مقداری بین $\mu - c$ و $\mu + c$ اختیار کند در کدام گزینه صادق است؟

۱. حداکثر $1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}$
۲. حداقل $1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}$
۳. حداکثر $1 - \frac{\sigma}{nc}$
۴. حداقل $1 - \frac{\sigma}{nc}$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸ - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

۶- قضیه‌ی حد مرکزی چه نتیجه‌ای دارد؟

۱. X_1, X_2, \dots باید مستقل باشد.

۲. تابع مولد گشتاور X باید موجود باشد.

۳. توزیع $\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{\sigma}$ نرمال استاندارد می‌شود.

۴. توزیع \bar{X} نرمال با میانگین μ و واریانس $\frac{\sigma^2}{n}$ می‌شود.

۷- اگر نمونه‌گیری از جامعه‌ی متناهی بدون جایگذاری باشد آنگاه مقدار $\text{cov}(X_r, X_s)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $-\frac{\sigma^2}{N}$ ۲. $-\frac{\sigma^2}{N-1}$ ۳. $\frac{\sigma^2}{N(N-1)}$ ۴. $\frac{\sigma^2}{N+1}$

۸- اگر X_1, \dots, X_n متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال استاندارد باشند، آنگاه واریانس $Y = \sum_{i=1}^n X_i^2$ برابر کدام گزینه است؟

۱. n ۲. n^2 ۳. $2n$ ۴. $n(n+1)$

۹- اگر $X \approx N(0, 1)$ و $Y \approx N(0, 5)$ مستقل باشند آنگاه توزیع $W = \frac{5X^2}{Y^2}$ کدام گزینه است؟

۱. $t(1)$ ۲. $t(5)$ ۳. $F(1, 5)$ ۴. $F(1, 1)$

۱۰- اگر نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی فاصله‌ی $(0, 1)$ داشته باشیم، آنگاه توزیع r امین آماره‌ی ترتیبی کدام گزینه است؟

۱. $\text{Beta}(0, 1)$ ۲. $\text{Beta}(r, n-r+1)$ ۳. $\text{Beta}(n-r+1, r)$ ۴. $\text{Beta}(r, r)$

۱۱- اگر $E(\hat{\theta}) = 4\theta + 5$ آنگاه کدام گزینه بر آوردکننده‌ی ناریب است؟

۱. $\frac{\hat{\theta} - 5}{4}$ ۲. $\frac{\theta - 5}{4}$ ۳. $4\hat{\theta} + 5$ ۴. $4\theta + 5$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸ - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

۱۲- کدام گزینه درست نیست؟

۱. \bar{X} برای میانگین جامعه نااریب است.

۲. S^2 برای واریانس جامعه نااریب است.

۳. n امین آماره‌ی ترتیبی برای میانگین جامعه اریب است.

۴. میانه‌ی نمونه‌ی تصادفی برای میانگین جامعه‌ای که توزیع متقارن دارد اریب است.

۱۳- اگر X دارای توزیع نمایی $(\frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}})$ باشد مقدار اطلاع درباره‌ی θ ، یعنی $E(\frac{\partial \ln f(X)}{\partial \theta})^2$ برابر کدام گزینه می‌شود؟

۱. $E(X)$ ۲. $\frac{1}{E(X)}$ ۳. $\text{var}(X)$ ۴. $\frac{1}{\text{var}(X)}$

۱۴- بر اساس یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع نرمال، کارآیی مجانبی میانه‌ی نمونه نسبت به میانگین نمونه به عنوان برآوردگرهای میانگین جامعه، برابر کدام گزینه است؟

۱. ۱ ۲. $\frac{2}{\pi}$ ۳. $\frac{4}{\pi}$ ۴. $\frac{\pi\sigma^2}{4}$

۱۵- اگر $\hat{\theta}$ برآورد کننده‌ای نااریب برای پارامتر θ باشد و $\lim_{n \rightarrow \infty} \text{var}(\hat{\theta}) = 0$ ، آنگاه برای $\hat{\theta}$ کدام گزینه درست است؟

۱. بسنده برای θ است. ۲. ماکسیمم درست‌نمایی برای θ است.

۳. سازگار برای θ است. ۴. کارا برای θ است.

۱۶- اگر X_1, X_2, X_3 نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر p باشند کدام گزینه آماره‌ی بسنده برای p است؟

۱. $X_1 + 2X_2 + 3X_3$ ۲. $2X_1 + X_1 + X_3$ ۳. $X_1 + 2X_2 + X_3$ ۴. $X_1 + 4X_2 + 18X_3$

۱۷- برآورد گشتاوری θ در توزیع یکنواخت روی بازه $(\theta, \theta+1)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $\bar{x}^2 + \frac{1}{2}$ ۲. $\bar{x}^2 + 1$ ۳. $2\bar{x}$ ۴. $\bar{x} - \frac{1}{2}$

۱۸- اگر در نمونه‌گیری از توزیع نرمال که میانگین آن معلوم است بدانیم $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x}) = 40$ و $(\bar{x} - \mu)^2 = 8$ و $n = 10$ آنگاه

برآورد ماکسیمم درست‌نمایی واریانس توزیع، σ^2 برابر کدام گزینه است؟

۱. ۱۲ ۲. $13/3$ ۳. $4/4$ ۴. $0/8$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸ - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

۱۹- از دو جامعه مستقل نرمال، نمونه‌گیری شده است و اطلاعات زیر را داریم.

$$S_1^2 = 3/1 \quad S_2^2 = 0/25 \quad \bar{x}_2 = 2/7 \quad \bar{x}_1 = 3/1 \quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 \quad n_2 = 8 \quad n_1 = 10$$

کران پایینی فاصله‌ی اطمینان ۹۵ درصدی برای $\mu_1 - \mu_2$ برابر کدام گزینه است؟ ($t_{0/025,16} = 2/2$)

۱. $-0/2$ ۲. $1/00$ ۳. $0/4$ ۴. $-0/4$

۲۰- از دو جامعه‌ی مستقل درباره‌ی نسبت یک صفت تحقیق شده است و نتایج زیر به دست آمده است.

$$n_1 = 200, \quad \hat{\theta}_1 = 0/66 \quad n_2 = 150, \quad \hat{\theta}_2 = 0/6$$

اگر نسبت‌ها در دو جامعه برابر باشند، برآورد نسبت مشترک برابر کدام گزینه است؟

۱. $0/631$ ۲. $0/634$ ۳. $0/66$ ۴. $0/7$

۲۱- اگر عدد استخراج شده از جدول توزیع اف، $f_{\alpha,n,m} = K$ آنگاه $f_{1-\alpha,m,n}$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{K}$ ۲. K ۳. $1-K$ ۴. $1-\frac{K}{2}$

۲۲- لم نیمین-پیرسن، داخل C که ناحیه‌ی بحرانی است را چگونه نمایش می‌دهد؟

۱. $\frac{L_0}{L_1} \leq k$ ۲. $\frac{L_1}{L_0} \leq k$ ۳. $kL_0 \geq L_1$ ۴. $kL_1 \leq L_0$

۲۳- اگر $H_0: \theta = \theta_0$ در برابر $H_1: \theta = \theta_1$ باشد کدام گزینه درباره‌ی تابع توان $\pi(\theta)$ نادرست است؟

۱. $\pi(\theta_0) = \alpha$ ۲. $\Pi(\theta_1) = 1 - \beta$ ۳. $0 \leq \Pi(\theta) \leq 1$ ۴. $\Pi(\theta_0) + \Pi(\theta_1) = 1$

۲۴- در آزمودن برابری میانگین دو جامعه‌ی مستقل نرمال وقتی که واریانس‌ها برابرند، آماره‌ی آزمون چه توزیعی دارد؟

۱. نرمال ۲. تی ۳. اف ۴. کای دو

۲۵- در تحلیل جدول $r \times c$ برای بررسی برابری نسبت‌های r سطر، درجه‌ی آزادی آماره‌ی آزمون برابر کدام گزینه است؟

۱. $r-1$ ۲. $c(r-1)$ ۳. $r(c-1)$ ۴. $(r-1)(c-1)$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸ - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

سوالات تشریحی

- ۱- براساس یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه‌ی $(0, \theta)$ ، نشان دهید برآورد ماکسیمم درستنمایی برای θ ، بزرگترین آماره‌ی ترتیبی است؟
نمره ۱.۴۰
- ۲- اگر یک نمونه‌ی تصادفی ۱۶ تایی از جامعه نرمال داشته باشیم که واریانس نمونه‌ای $4/84$ حاصل شده باشد، آنگاه یک فاصله‌ی اطمینان ۹۹ درصدی برای σ^2 را بیابید. (اعداد جدول: $\chi^2_{0/005,15} = 32/801$, $\chi^2_{0/995,15} = 4/601$)
نمره ۱.۴۰
- ۳- نشان دهید که آزمون نسبت درستنمایی در توزیع نرمال با واریانس معلوم برای آزمودن $H_0: \mu = \mu_0$ در برابر $H_1: \mu \neq \mu_0$ براساس $|\bar{X} - \mu_0| > K$ به دست می‌آید که در آن $K > 0$ است.
نمره ۱.۴۰
- ۴- مطابق با جدول داده شده، بررسی کنید که استعداد ریاضی از علاقه به آمار مستقل است. (عدد جدول $\chi^2_{0/01,4} = 13/277$)
نمره ۱.۴۰

استعداد ریاضی

علاقه به آمار	استعداد ریاضی		
	ضعیف	متوسط	عالی
	۶۳	۴۲	۱۵
	۵۸	۶۱	۳۱
علاقه به آمار	۱۴	۴۷	۲۹
	عالی	متوسط	ضعیف

- ۵- اگر چگالی توأم دو متغیر تصادفی به صورت $f(x, y) = x \exp(-x(1+y))$; $x > 0, y > 0$ باشد، آنگاه معادله‌ی رگرسیون Y روی X را بیابید.
نمره ۱.۴۰