



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: تئوری احتمالات و کاربرد آن، تئوری احتمالات و کاربرد آن

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۵۶ - مهندسی راه آهن - بهره برداری ۱۳۲۰۰۳۰

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- به چند طریق می توان از ۲۴ عضو یک باشگاه، ۴ نفر را برای رئیس، نایب رئیس، خزانه دار و منشی باشگاه انتخاب کرد؟

۴.  $\frac{20!}{4!}$

۳.  $\frac{24!}{4!}$

۲.  $\frac{24!}{20!}$

۱.  $\frac{24!}{4!20!}$

۲- در بسط  $(1-x)^5$  جمله ی چهارم کدام است؟

۴.  $-60x^4$

۳.  $-10x^3$

۲.  $120x^4$

۱.  $-120x^3$

۳- برای تمام اعداد صحیح و مثبت  $n$  و  $r = 0, 1, 2, \dots, n$ ؛ کدامیک از روابط زیر برقرار نیست؟

۲.  $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

۱.  $\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1}$

۴.  $\sum_{r=0}^n \left[ \binom{n}{r} \right]^2 = n^2$

۳.  $\sum_{r=0}^n \binom{n}{r} = 2^n$

۴- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه  $S$  باشند. آنگاه کدامیک از روابط زیر برقرار نیست؟

۲.  $P(A \cap B) \leq P(A) + P(B)$

۱.  $P(A) + P(B) \leq P(A \cup B)$

۴.  $P(A) \leq P(A \cup B)$

۳.  $P(A \cap B) \leq P(A)$

۵- جدول زیر، تعداد دانشجویان را برحسب جنسیت (پسر و دختر) و رشته تحصیلی (صنایع و کامپیوتر) در یک دانشکده نشان می دهد. اگر

دانشجویی به تصادف انتخاب شود احتمال اینکه پسر باشد چقدر است؟

	دختر	پسر	
	40	20	صنایع
	15	25	کامپیوتر

۴.  $0/60$

۳.  $0/55$

۲.  $0/45$

۱.  $0/40$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: تئوری احتمالات و کاربرد آن، تئوری احتمالات و کاربرد آن

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۵۶ - مهندسی راه آهن - بهره برداری ۱۳۲۰۰۳۰

۶- جدول زیر، تعداد دانشجویان را بر حسب جنسیت (پسر و دختر) و رشته تحصیلی (صنایع و کامپیوتر) در یک دانشکده نشان می دهد.

	پسر	دختر	
صنایع	20	40	
کامپیوتر	25	15	

اگر دانشجوی انتخاب شده از این دانشکده، دختر باشد احتمال اینکه رشته تحصیلی آن صنایع باشد چقدر است؟

۱.  $0/55$       ۲.  $0/60$       ۳.  $0/67$       ۴.  $0/73$

۷- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل و  $P(A) = 0/4$  و  $P(B) = 0/5$  باشد. در این صورت مقدار  $P(A' \cup B)$  کدام است؟

۱.  $0/2$       ۲.  $0/80$       ۳.  $0/60$       ۴.  $0/40$

۸- فرض کنید  $P(A|B) = 0/35$ ،  $P(A|B') = 0/85$  و  $P(B) = 0/5$  باشند. در این صورت مقدار  $P(A)$  کدام است؟

۱.  $0/6$       ۲.  $0/75$       ۳.  $0/25$       ۴.  $0/45$

۹- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل باشند. در این صورت کدامیک از روابط زیر برقرار نیست؟

۱.  $A$  و  $B'$  نیز دو پیشامد مستقل هستند.      ۲.  $P(B'|A) = P(B')$

۳.  $P(A|B) = P(A)$       ۴.  $A$  و  $B - A$  نیز دو پیشامد مستقل هستند.

۱۰- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمال زیر باشد. در این صورت مقدار  $P(3 \leq X < 4)$  و  $P(X > 2)$  به ترتیب کدام است؟

$$f(x) = \frac{x}{15}; x = 1, 2, 3, 4, 5$$

۱.  $\frac{12}{15}$  و  $\frac{1}{15}$       ۲.  $\frac{14}{15}$  و  $\frac{7}{15}$       ۳.  $\frac{14}{15}$  و  $\frac{6}{15}$       ۴.  $\frac{12}{15}$  و  $\frac{1}{5}$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: تئوری احتمالات و کاربرد آن، تئوری احتمالات و کاربرد آن

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۵۶ - مهندسی راه آهن - بهره برداری ۱۳۲۰۰۳۰

۱۱- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمال زیر باشد. در این صورت مقدار  $k$  کدام است؟

$$f(x) = \frac{k}{\sqrt{x}}; 0 < x < 4$$

۱.  $\frac{1}{2}$       ۲. ۲      ۳.  $\frac{1}{4}$       ۴. ۳

۱۲- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  دارای توزیع احتمال توام (دومتغیره) زیر باشد. در این صورت مقدار  $k$  کدام است؟

$$f(x, y) = k(x^2 + y^2), \quad x = -1, 0, 1, 3; \quad y = -1, 2, 3$$

۱.  $\frac{1}{8}$       ۲.  $\frac{1}{89}$       ۳.  $\frac{1}{56}$       ۴.  $\frac{1}{128}$

۱۳- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  دارای توزیع احتمال توام (دومتغیره) زیر باشد.

$$f(x, y) = k(x^2 + y^2), \quad x = -1, 0, 1, 3; \quad y = -1, 2, 3$$

مقدار  $P(x=0 | y=2)$  کدام است؟

۱.  $\frac{1}{2}$       ۲.  $\frac{2}{9}$       ۳.  $\frac{13}{56}$       ۴.  $\frac{4}{27}$

۱۴- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  دارای توزیع احتمال توام (دومتغیره) زیر باشد. در این صورت مقدار

$$P\left(0 < X < \frac{1}{2}, 1 < Y < 2\right)$$

کدام است؟

$$f(x, y) = \frac{3}{5}x(x+y); \quad 0 < x < 1, 0 < y < 2$$

۱.  $\frac{13}{60}$       ۲.  $\frac{23}{89}$       ۳.  $\frac{11}{80}$       ۴.  $\frac{36}{73}$

۱۵- تابع مولدگشتاور توزیع نرمال با میانگین و واریانس ۲ کدام است؟

۱.  $e^{t+t^2}$       ۲.  $e^{t+2t^2}$       ۳.  $e^{2t+2t^2}$       ۴.  $e^{2t+t^2}$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: تئوری احتمالات و کاربرد آن، تئوری احتمالات و کاربرد آن

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۵۶ - مهندسی راه آهن - بهره برداری ۱۳۲۰۰۳۰

۱۶- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمال زیر باشد. در این صورت مقدار  $E[(2X+1)^2]$  کدام است؟

$$f(x) = 2(1-x); 0 < x < 1$$

۹ .۴

۶ .۳

۳ .۲

۱ .۱

۱۷- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  دارای توزیع احتمال توام دومتغیره زیر باشد. در این صورت مقدار  $E[2X - Y]$  کدام است؟

$$f(x, y) = \frac{1}{30}(x+y), x = 0,1,2,3; y = 0,1,2$$

$\frac{82}{30}$  .۴

$\frac{38}{30}$  .۳

$\frac{60}{30}$  .۲

$\frac{30}{60}$  .۱

۱۸- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمال زیر باشد. در این صورت مقدار  $E[X]$  کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 2-x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{O.W} \end{cases}$$

$\frac{1}{3}$  .۴

$\frac{1}{2}$  .۳

۲ .۲

۱ .۱

۱۹- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمال زیر باشد. در این صورت مقدار  $\sigma^2$  (واریانس  $X$ ) کدام است؟

$$f(x) = \frac{1}{\ln(3)} \times \frac{1}{x}; 1 < x < 3$$

$\frac{91}{100}$  .۴

$\frac{4\ln 3 - 4}{(\ln 3)^2}$  .۳

$\frac{67}{100}$  .۲

$\frac{22}{100}$  .۱

۲۰- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی مستقل باشند. در این صورت کدام یک از روابط زیر برقرار نیست؟

$$r_{XY} = \rho(X, Y) = 0 \quad .۲$$

$$\sigma_{XY} = COV(X, Y) = 0 \quad .۱$$

$$E(X) = E(Y) \quad .۴$$

$$E(XY) = E(X)E(Y) \quad .۳$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: تئوری احتمالات و کاربرد آن، تئوری احتمالات و کاربرد آن

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۵۶ - مهندسی راه آهن - بهره برداری ۱۳۲۰۰۳۰

۲۱- فرض کنید متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  و  $Z$  دارای ویژگیهای زیر باشند.

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) = 3, \quad \text{Var}(Y) = 7, \quad \text{Var}(Z) = 5 \\ \text{COV}(X, Y) = 1, \quad \text{COV}(Y, Z) = -2, \quad \text{COV}(X, Z) = -3 \end{aligned}$$

در این صورت، مقدار واریانس متغیر تصادفی  $2X - 3Y + 4Z$  کدام است؟

۱. 5      ۲. 45      ۳. 143      ۴. 229

۲۲- اگر احتمال بهبودی یک بیماری  $\frac{80}{100}$  باشد. احتمال اینکه در 10 بیمار، 7 نفر بهبود بیابند چقدر است؟

۱.  $\left(\frac{80}{100}\right)^7$       ۲.  $\binom{10}{7} \left(\frac{80}{100}\right)^7 \left(\frac{20}{100}\right)^3$       ۳.  $\binom{10}{7} \left(\frac{80}{100}\right)^7$       ۴.  $\left(\frac{80}{100}\right)^7 \left(\frac{20}{100}\right)^3$

۲۳- احتمال قبولی یک متقاضی گواهینامه رانندگی در هر بار آزمون  $\frac{75}{100}$  است. احتمال اینکه دهمین متقاضی سرانجام در چهارمین بار قبول شود چقدر است؟

۱.  $\binom{10}{4} \left(\frac{75}{100}\right)^4 \left(\frac{25}{100}\right)^6$       ۲.  $\binom{9}{3} \left(\frac{75}{100}\right)^4 \left(\frac{25}{100}\right)^6$       ۳.  $\left(\frac{75}{100}\right)^{10} \left(\frac{25}{100}\right)^4$       ۴.  $\left(\frac{75}{100}\right)^9$

۲۴- اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمال نمائی با پارامتر  $\frac{1}{2}$  باشد. در این صورت مقدار  $P(0 < X < 2)$  کدام است؟

۱.  $e^{-2}$       ۲.  $1 - e^{-2}$       ۳.  $1 - e^{-4}$       ۴.  $e^{-4}$

۲۵- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمال نرمال با میانگین 12 و واریانس 4 باشد. در این صورت مقدار  $P(X > 16)$  کدام است ( $P(Z < 2) = 0/97$ ).

۱. 0/03      ۲. 0/06      ۳. 0/97      ۴. 0/99



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: تئوری احتمالات و کاربرد آن، تئوری احتمالات و کاربرد آن

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۵۶ - مهندسی راه آهن - بهره برداری ۱۳۲۰۰۳۰

### سوالات تشریحی

۱- احتمال اینکه حادثه اتومبیلی ناشی از نقص ترمز باشد  $0/40$  است. احتمال اینکه آن را به درستی ناشی از نقص ترمز بدانند  $0/82$  است و احتمال اینکه آن را به غلط ناشی از نقص ترمز نسبت بدهند  $0/03$  است. الف. احتمال اینکه حادثه اتومبیل ناشی از نقص ترمز باشد چقدر است؟ ب. اگر یک حادثه اتومبیل، ناشی از نقص ترمز باشد احتمال اینکه به درستی (واقعاً) ناشی از نقص ترمز باشد چقدر است؟

۲- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  دارای توزیع احتمال توام (دومتغیره) زیر باشد.

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(2x + y); \quad 0 < x < 1, 0 < y < 2$$

الف. امید ریاضی (میانگین) شرطی  $Y$  به شرط  $x = \frac{1}{4}$  کدام است  $\left( E\left[ Y \mid x = \frac{1}{4} \right] = ? \right)$ .  
ب. واریانس شرطی  $Y$  به شرط  $x = \frac{1}{4}$  کدام است  $\left( \text{Var}\left[ Y \mid x = \frac{1}{4} \right] = ? \right)$ .

۳- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمال پواسن به صورت زیر باشد. در این صورت تابع مولد گشتاور  $(M_X(t))$  توزیع احتمال پواسن را محاسبه و با استفاده از آن میانگین و واریانس توزیع احتمال پواسن را بدست آورید.

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

۴- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمال گاما با پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  به صورت زیر باشد.

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}; \quad x > 0$$

$r$  امین گشتاور حول مبدأ  $(\mu_r')$  را محاسبه و از طریق آن میانگین و واریانس توزیع احتمال گاما را بدست آورید.

۵- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمالی نمایی به صورت  $f(x) = e^{-x}; \quad x > 0$  باشد. در این صورت تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی  $Z = \sqrt{X}$  را بدست آورید.